

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра общей, теоретической и компьютерной физики

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ПЛАНЕТ
СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 4022 группы
направления подготовки 03.03.02 «Физика» Института физики
Мишурина Алексея Сергеевича

Научный руководитель
доцент, к.ф.-м.н.

О.А. Черкасова

Заведующий кафедрой
общей, теоретической и компьютерной физик
д.ф.-м.н., профессор

В. М. Аникин

Саратов 2022 г.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. Знание о населенности околоземного пространства небесными телами актуально в наши дни. Причины этого – активное освоение космического пространства с практическими целями, понимание реальности космических угроз, а также возможность, используя огромные объемы новых знаний о малых телах, уточнять модели эволюции Солнечной системы в целом, планет и их окружения в частности. Огромные объемы информации, накопленные и получаемые при наблюдениях объектов, сближающихся с орбитой Земли, других малых тел, требуют хранения и оперативной обработки, предоставляя все больше возможностей для исследования распределений малых тел Солнечной системы и путей их эволюции.

Цель работы – разработка демонстрационного алгоритма и проведение численного моделирования движения небесных тел на примере Солнечной системы.

Задачами работы являются: проведение анализа необходимых для моделирования корректных справочных данных; разработка алгоритма, реализующего моделирование движения планет в соответствии с законами Кеплера; реализовать алгоритм движения небесных тел в программной пакете Matlab.

Теоретическая значимость работы связана с разработкой с помощью современных методов быстрой и точной модели Солнечной системы.

Методическая значимость работы связана с демонстрацией прикладных возможностей математического моделирования модели Солнечной системы.

Структура ВКР. Выпускная квалификационная работа (ВКР) содержит введение, 3 главы, 10 подглав, заключение, список использованных источников (28 наименований).

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении приводятся аспектные характеристики работы (актуальность, цель и задачи работы, особенность подхода).

В первой, обзорной по характеру, главе, излагается базовая модель планетарной динамики Солнечной системы, приводятся данные для численного решения уравнений движения.

Во второй главе рассматривались основные законы небесной механики, включая задачу трех тел, движение по круговым и эллиптическим орбитам, взаимодействие планет.

В третьей главе описывается алгоритм и результаты моделирования.

В алгоритме моделирования планетарных орбит используется закон всемирного тяготения Ньютона, при этом каждое тело рассматривается как

точечная масса. Это позволяет рассчитать силу, действующую на каждое тело в каждом направлении как

$$\overrightarrow{F_{i,j}} = -G \frac{m_i m_j}{r_{i,j}^3} \overrightarrow{r_{i,j}} \quad (1)$$

В декартовой системе координат (x, y, z) вектор $\overrightarrow{r_{i,j}}$ между взаимодействующими телами имеет координаты:

$$\begin{pmatrix} x_j - x_i \\ y_j - y_i \\ z_j - z_i \end{pmatrix} \quad (2)$$

Модуль вектора $\overrightarrow{r_{i,j}}$ есть

$$|\overrightarrow{r_{i,j}}| = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2} \quad (3).$$

Следовательно, компоненты силы притяжения в направлениях x, y и z равны:

$$\begin{pmatrix} F_{x_{i,j}} \\ F_{y_{i,j}} \\ F_{z_{i,j}} \end{pmatrix} = -G \frac{m_i m_j}{\left((x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2 \right)^{3/2}} \begin{pmatrix} x_j - x_i \\ y_j - y_i \\ z_j - z_i \end{pmatrix} \quad (4)$$

Второй закон движения Ньютона позволяет использовать силу, рассчитанную по закону всемирного тяготения Ньютона, для формулировки уравнения движения тел в пространстве. Второй закон Ньютона утверждает, что результирующая сила \vec{F} приложена к массе объекта m , заставляя объект ускоряться с ускорением \vec{a} :

$$\vec{F} = m \vec{a} \quad (5)$$

Следовательно, чтобы найти движение каждого объекта (т. е. найти положения x_i, y_i, z_i во времени), мы должны решить три дифференциальных уравнения для каждого измерения:

$$\begin{aligned} F_{x_{i,j}} &= m_i \frac{d^2 x_i}{dt^2} \\ F_{y_{i,j}} &= m_i \frac{d^2 y_i}{dt^2} \\ F_{z_{i,j}} &= m_i \frac{d^2 z_i}{dt^2} \end{aligned} \quad (6)$$

MATLAB может решать дифференциальные уравнения с помощью различных методов, но для этого упражнения было выбрано ODE113. Однако этот метод может решать только дифференциальные уравнения 1-го порядка (имеющие производную первого порядка). Очевидно, что уравнения, кото-

рые нужно решить, являются дифференциальными уравнениями 2-го порядка, но можем превратить их в дифференциальные уравнения 1-го порядка, указав еще 3 уравнения для 3-х компонентов скорости, vx_i , vy_i , vz_i , которые дают следующие 6 уравнений для решения для каждого тела Солнечной системы:

$$\begin{aligned} F_{x_{i,j}} &= m_i \frac{d^2x_i}{dt^2} \\ F_{y_{i,j}} &= m_i \frac{d^2y_i}{dt^2} \\ F_{z_{i,j}} &= m_i \frac{d^2z_i}{dt^2} \\ vx_i &= \frac{dx_i}{dt} \\ vy_i &= \frac{dy_i}{dt} \\ vz_i &= \frac{dz_i}{dt} \end{aligned} \quad (7)$$

MATLAB способен вычислять движение планет и записывает результат в списки данных, называемые «массивами». Он предсказывает и сохраняет положение и скорость во всех трех измерениях всех планет и солнца. Модель применяет как Второй закон движения Ньютона ($\vec{F} = m\vec{a}$), так и закон всемирного тяготения Ньютона:

$$\vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^3} \vec{r} \quad (8)$$

Рассмотрим массу m_1 и массу m_2 , разделенные в пространстве расстоянием:

$$r_{1,2} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2} \quad (9)$$

Закон всемирного тяготения Ньютона говорит, что величина силы $|\vec{F}_{1,2}|$ между этими двумя массами:

$$|\vec{F}_{1,2}| = -G \frac{m_1 m_2}{r_{1,2}^2} \quad (10)$$

где $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ м}^3 \text{ кг}^{-1} \text{ с}^{-2}$ — гравитационная постоянная. Нужно найти силу, действующую по осям x , y и z в трех измерениях, поэтому применяются уравнения 8:

$$\begin{aligned} F_{x,1,2} &= -G \frac{m_1 m_2}{r_{1,2}^2} \times (x_2 - x_1) \\ F_{y,1,2} &= -G \frac{m_1 m_2}{r_{1,2}^2} \times (y_2 - y_1) \\ F_{z,1,2} &= -G \frac{m_1 m_2}{r_{1,2}^2} \times (z_2 - z_1) \end{aligned} \quad (11)$$

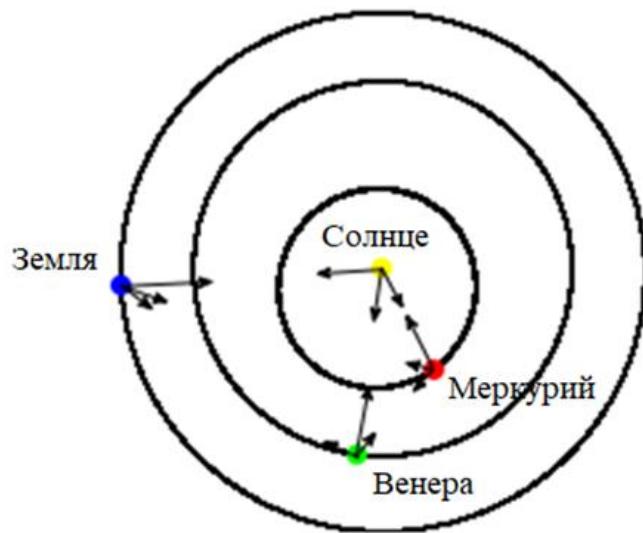


Рисунок 1. Схема моделируемого сценария. Стрелки обозначают силы, которые испытывает каждое тело из-за взаимодействия со всеми другими телами

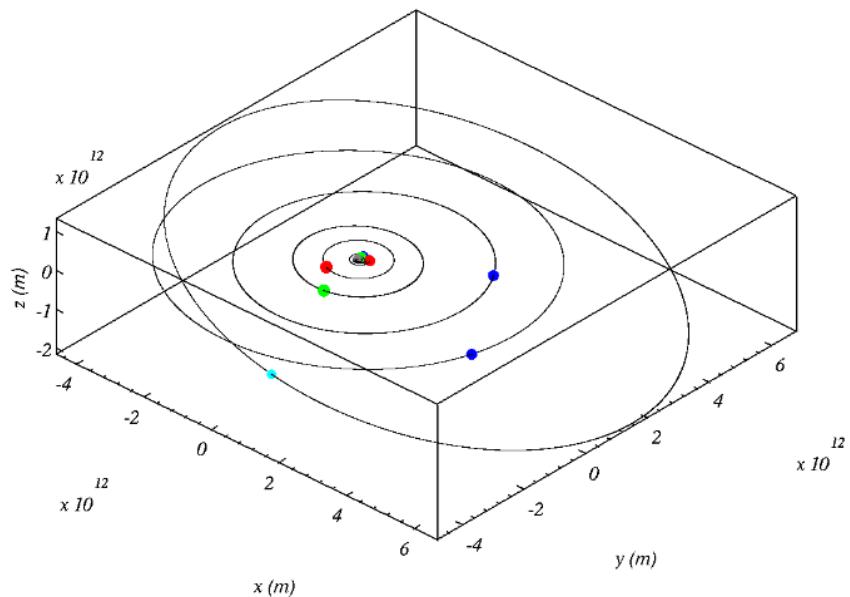


Рисунок 2. Компьютерное моделирование в MATLAB 8 движения планет и Плутона, вращающихся вокруг Солнца.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе: 1) изучены подходы к построению математической модели, описывающей движение небесных тел Солнечной системы; 2) на основе математической модели реализована программа в пакете прикладных программ MATLAB; 3) программа предназначена для моделирование движения планет в соответствии с законами Кеплера и наглядного представления результатов вычислительного эксперимента.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 Aarseth, J. Sverre: 2003, Gravitational N-Body Simulations, Cambridge, University press.
- 2 Andronov, I.L., Baklanov, A.V.: 2004, AstSR, 5, 264
- 3 Bazyey, A.A., Kara, I.V.: 2009, AstSR, 6(2), 155
- 4 Beauvalet, L., and Marchis, F.: 2014, Icarus, 241, 13
- 5 Berthier, J., Vachier, F., Marchis, F., Durech, J., Carry, B.: 2014, Icarus, 239, 118
- 6 Brozovic, Marina, Benner, Lance A.M., Taylor, Patrick A., Nolan: 2011, Icarus, 216, 241
- 7 Everhart, E.: 1974, Celest. Mech., 10, 35
- 8 Fang, J., Margot, J.-L., Rojo, P.: 2012, Astron. J., 144, 70
- 9 Fang J., J.-L. Margot, M. Brozovic, M. C. Nolan, L. A. M. Benner, and P. A. Taylor: 2011, Astron. J., 141, 154
- 10 Ferraz-Mello S.: 1972, Celest. Mech., 5, 80
- 11 Folkner, W.M., Williams, J.G., Boggs, D.H., Park, R.S., Kuchynka, P.: 2014, The Interplanetary Network Progress Report, 42-196, 1
- 12 MacMillan, W.D.: 1930, The Theory of the Potential, Dover Press
- 13 Marchis, F., Descamps, P., Baek, M., Harris, A. W., Kaasalainen, M., Berthier, J., Hestrofer, D. , Vachier, F.: 2008, Icarus 196, 97
- 14 Marchis, F., Descamps, P., Hestroffer, D., Berthier, J.: 2005, Nature, 436, 822
- 15 Martyusheva, A., Petrov, N., Polyakhova, E.N.: 2015, Messenger of St. Petersburg University 2(60), 135
- 16 Masiero, Joseph R., Mainzer, : 2011, Astrophys. J., 741, 68
- 17 Murray, C.D., Dermot, S.F.: 2000, Solar System Dynamics, Cambridge, University press. Rabinowitz, D. L., Barkume, K., Brown, M.E., Roe, H., Schwartz, M., Tourtellotte, S., Trujillo, C.: 2006, Astron. J., 639, 1238
- 18 Ragozzine, D., Brown, M.E.: 2009, Astron. J., 137, 4766
- 19 Troianskyi V.V., Bazyey O.A.: 2015, Odessa Astronomical Publ., 28(1), 76
- 20 Yu Jiang, Yun Zhang, Hexi Baoyin, Li Junfeng: 2016, Astrophys Space Sci., 361, 306
- 21 Parthey, C.G. Improved Measurement of the Hydrogen 1S–2S Transition Frequency / C.G. Parthey, A. Matveev, et al. // Phys. Rev. Lett. 2011. Vol. 107, No. 20. P. 203001-1–203001-5.
- 22 Mohr, P. CODATA Recommended Values of the Fundamental Physical Constants: 2010 / P. Mohr, B.N. Taylor, and D.B. Newell // Rev. Mod. Phys. 2012. Vol. 84, No. 4. P. 1527–1605.
- 23 Hanneke, D. New Measurement of the Electron Magnetic Moment and the Fine Structure Constant / D. Hanneke, S. Fogwell, and G. Gabrielse // Phys. Rev. Lett. 2008. Vol. 100, No. 12. P. 120801-1–120801-4.
- 24 Rainville, S. An Ion Balance for Ultra-High-Precision Atomic Mass Measurements / S. Rainville, J.K. Thompson, and D.E. Pritchard // Science. 2004. Vol. 303, No. 5656. P. 334–338.
- 25 Farnham, D.L. Determination of the Electron's Atomic Mass and the Proton/Electron Mass Ratio via Penning Trap Mass Spectroscopy / D.L. Farnham, R.S. Van Dyck, and Schwinberg P.B. // Phys. Rev. Lett. 1995. Vol. 75, No. 20. P. 3598–3601.
- 26 Хэнш, Т. В. Страсть к точности / Т. В. Хэнш // УФН. 2006. Т. 176, № 12. С. 1368–1380.
- 27 Cundiff, S. T. Colloquium: Femtosecond optical frequency combs / S. T. Cundiff and J. Ye // Rev. Mod. Phys. 2003. Vol. 75, No. 1. P. 325–342.
- 28 Niering, M. Measurement of the Hydrogen 1S–2S Transition Frequency by Phase Coherent Comparison with a Microwave Cesium Fountain Clock / M. Niering, R. Holzwarth, J. Reichert, et al. // Phys. Rev. Lett. 2000. Vol. 84, No. 24. P. 5496–5499.