

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра Дифференциальных уравнений и математической экономики

**Гравитационные модели внешней торговли**

**АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ**

студента 4 курса 451 группы

направления 38.03.05 - Бизнес-информатика

механико-математического факультета

Иншина Александра Павловича

Научный руководитель  
доцент к.ф.-м.н., доцент

В.В Новиков

Заведующий кафедрой  
Зав.кафедрой, д.ф.-м.н., профессор

С.И. Дудов

## **Введение**

Гравитационное моделирование на протяжении многих лет является одним из важных методов анализа международных и межрегиональных торговых потоков. Настоящая выпускная квалификационная работа посвящена оценке гравитационной модели внешней торговли для определения торговых потоков между странами. Для анализа торговых потоков была выбрана Россия, которая в анализе выступает и как экспортер, и как импортер, а также некоторые ее торговые партнеры. Целью работы является построение эконометрической модели внешней торговли на основе гравитационного подхода. Для достижения этой цели были поставлены следующие задачи:

1. Изучить теоретические основы эконометрического моделирования.
2. Изучить теоретические основы построения гравитационных моделей внешней торговли.
3. На основе регрессионной модели построить и оценить регрессионные зависимости между торговыми потоками РФ со странами выбранной группы и такими показателями как ВВП данных стран и расстояния между ними.

Работа состоит из введения, четырех разделов, заключения, списка источников и приложения. Первые два раздела посвящены обзору необходимых сведений из регрессионного анализа. Рассмотрены, в частности, такие темы как многомерная регрессионная модель, модель с фиктивными переменными и модели панельных данных. Третий раздел содержит сведения о применении гравитационных моделей в экономике. Четвертый раздел посвящен построению и оценке средствами эконометрической программы Gretl моделей зависимости объемов внешней торговли в РФ по эмпирическим данным.

## **Теоретические основы построения гравитационных моделей**

### **Основные подходы к построению гравитационных спецификаций моделей внешней торговли**

В последние десятилетия продолжается глобализация экономических процессов, и непрерывно, опережающими темпами по сравнению с выпуском, растут объемы международной торговли. Создание ГАТТ, затем ВТО, различных форм преференциальных торговых соглашений, установление международных институтов содействия и продвижения торговли так или иначе снижают совокупные затраты на производство мирового выпуска и повышают товарное разнообразие. Все более привычной становится глобальная модель производства, в которой разные промежуточные компоненты производятся в различных странах на разных континентах, а многие крупные производственные фирмы уже давно являются транснациональными. За последние двадцать лет мировая торговля существенно изменила размещение производственных мощностей.

Практически все страны, за редким исключением, интенсивно участвуют в международной торговле. Недавний экономический кризис показал, что подобная модель глобальной экономики хотя и подразумевает большую диверсификацию торговых отношений, но тем не менее приводит к переносу рисков по товарной цепочке практически во все экономики мира при возникновении проблем у ключевых игроков. В подобной ситуации для проведения экономической политики весьма существенным является понимание механизмов и ограничений международной торговли, факторов, которые влияют на объемы и маршрутизацию (выбор конкретных схем доставки) торговых потоков. Одной из наиболее популярных эконометрических моделей (спецификаций), которая может быть получена из многих классических теорий торговли и которая пытается выявить указанные факторы, является гравитационная модель внешней торговли. При этом большинство ее модификаций обладает двумя существенными недостатками:

в них не учитываются географические размеры стран и конкретные маршруты движения товара. Кроме того, эти модели по умолчанию предполагают, что товары могут быть ввезены на территорию государства практически в любой точке государственной границы; точнее говоря, классические работы, как правило, в силу отсутствия статистики даже не обсуждают этот вопрос. Для многих стран такие упрощающие предположения не вносят существенных искажений в оценку параметров гравитационной спецификации торговой модели, но для таких стран, как Россия, обладающих большой территорией и протяженной государственной границей, эти упрощения уже вряд ли допустимы.

Гравитационные модели применяются для описания и прогноза различных социальных и экономических взаимодействий между районами города, населенными пунктами и базируются на предположении, что величина (сила) взаимодействия пропорциональна произведению показателей численности населения районов и обратно пропорциональна расстоянию между ними

$$M_{ij} = k \frac{p_j p_i}{d_{i,j}^2}$$

где  $p_j p_i$  – численность населения районов  $i$  и  $j$ ;  $d_{i,j}$  - расстояния между районами  $i$  и  $j$ ;  $M_{ij}$  – показатель взаимодействия между районами  $i$  и  $j$  (например количество поездок);  $k$  – нормирующий параметр.

Американский социолог Ф. Кэрри еще в середине XIX века отметил наличие аналога гравитационной силы в общественных явлениях. В 1929 году В. Рейли (США) предложил закон гравитации розничной торговли, согласно которому город притягивает своей розничной торговлей клиентуру с окружающей территории с «силой» пропорциональной размеру города и обратно пропорциональной квадрату расстояния от клиента до центра города.

Граница зон сбыта городов  $i$  и  $j$  определяется как геометрическое место точек, для которых

$$\frac{p_i}{d_{i,x}^2} = \frac{p_j}{d_{j,x}^2}$$

Где  $d_{i,x}$ ,  $d_{j,x}$  – расстояние от городов  $i$  и  $j$ , соответственно, до точки  $x$  на границе.

Теория гравитационной модели была подробно разработана Д. Стюартом (США). Его идея состояла в том, что взаимодействие между совокупностями людей подчиняется закону, аналогичному закону всемирного тяготения (гравитации). Наряду с понятием демографической силы он предложил формулу для демографического потенциала

$$v_i^x = \frac{p_i}{d_{x,i}}$$

где  $v_i^x$  – потенциал, создаваемый в точке  $x$  районом (или городом)  $i$ .

Суммарный демографический потенциал точки  $x$  определяется по формуле

$$v^x = \sum_i v_i^x$$

Стюартом были составлены карты демографического потенциала для территории США. В дальнейшем подобные карты были построены и постоянно обновляются во многих странах мира. Оказалось, что демографический потенциал отражает освоенность территории лучше, чем общепринятый показатель плотности населения. Отмечена также высокая корреляция демографического потенциала с размещением розничной торговли, развитием автомобильных дорог, занятостью сельского населения в несельскохозяйственных секторах.

1. Гравитационные модели при соответствующем подборе параметров широко используются для описания процессов миграционного взаимодействия. Они хорошо оправдываются для междугородных телефонных разговоров, поездок за покупками, маятниковой миграции. Развитие простейшей гравитационной модели происходило

в нескольких направлениях: 1. Кроме показателей численности населения и расстояний в модели включались и другие факторы, например отношение приростов инвестиций в районах, число вакантных рабочих мест или, наоборот, доля безработных в численности трудоспособного населения, число вакантных мест на пути следования из одного района в другой (модель промежуточных возможностей).

2. Гравитационная модель применяется в случаях, когда показателям численности населения районов придаются некоторые веса. Простой пример совместного применения обоих направлений дает модель, описывающая число поездок между штатами США:

$$M_{i,j} = k \frac{(w_i p_i) \cdot (w_j p_j)}{d_{i,j}^2}$$

Где  $w_i, w_j$  – среднедушевые доходы в штатах  $i$  и  $j$ .

1. Конструкции типа гравитационных моделей широко включаются в самые разнообразные модельные комплексы для описания процессов городского и регионального развития.

Для анализа общих закономерностей распределения населения, как важнейшей системообразующей функции города по его территории, используются модели городского пространственного развития. В качестве информационной модели города для решения такого рода задач используется граф, в вершинах которого в зависимости от цели решения задачи предполагается:

- сосредоточение населения (если речь идет о проживании);
- наличие определенного числа мест культурно-бытового или рекреационного обслуживания;
- определенное количество рабочих мест.

Кроме указанного выше использования гравитационные модели используются в логистике, например, для поиска места размещения единичного складского помещения, из которого снабжается несколько складов розничной торговли. В данном случае гравитационная модель представляется в виде средней взвешенной величины. При этом учитываются размещение складов розничной торговли, объемы перевозимых товаров, затраты на перевозку грузов относительно расчетного местоположения

центрального складского помещения. На первом шаге решения рассматриваемой задачи предлагается несколько вариантов размещения центрального склада в координатной системе. Начало координатной системы и используемая шкала согласовываются на основе корректного представления относительных расстояний. Это делается, например, путем наложения координатной сетки определенного масштаба на карту. Центр гравитации определяется с помощью формул:

$$c_x = \frac{\sum_i d_{i,x} w_i}{\sum_i w_i}, c_y = \frac{\sum_i d_{i,y} w_i}{\sum_i w_i},$$

где  $c_x$  – абсцисса центра гравитации;  $c_y$  – ордината центра гравитации ;  $d_{i,x}$  – абсцисса розничного склада  $i$  ;  $d_{i,y}$  – ордината розничного склада  $i$ ;  $w_i$  – объем товара, перемещаемого в пункт  $i$ .

При использовании модели гравитации исходят из того, что затраты прямо пропорциональны расстоянию доставки и объему перевозимого груза. Идеальным размещением складского помещения является такое, которое минимизирует взвешенные расстояния доставки между складскими помещениями и получателями. Поэтому из предложенных вариантов размещения центрального склада появляется возможность выбрать наилучший по предложенному критерию.

### **Особенности моделирования внешней торговли России**

При рассмотрении торговли с участием географически протяженных стран (например, таких как Россия) возникает необходимость более аккуратного и детального учета издержек транспортировки товаров. Как правило, ввоз товаров в какую-либо страну осуществляется не на любом участке границы, а только через специально оборудованные пункты пропуска.

В случае небольших по площади стран расположение пунктов пропуска не имеет большого значения, так как расстояние, которое перевозимые товары проходят в реальности, может не сильно отличаться от кратчайшего. Однако при рассмотрении торговли больших по площади стран отличия кратчайшего пути транспортировки товаров от фактического пути становятся слишком большими для того, чтобы пренебрегать ими. Кроме того, для маленьких стран можно считать, что все потребление и производство сосредоточено в довольно узкой географической области, однако для больших по площади стран такое допущение неправомерно, в этом случае необходимо

рассматривать регионы производства и потребления внутри страны и, соответственно, экспорт или импорт этих регионов. Ввоз товаров во внутренние регионы большой по площади страны с протяженной внешней границей возможен только через расположенные на внешней границе пункты пропуска —  $\mu$  (в некоторых случаях пункты пропуска могут располагаться и на внутренней территории, например аэропорты, но для модели это не является существенным). Таким образом, расстояние, которое фактически проходит какой-либо товар, импортируемый из страны  $i$  во внутренний регион  $j$ , складывается из двух составляющих: расстояния по торговым путям от страны  $i$  до пункта пропуска  $\mu$  и расстояния по торговым путям от пункта пропуска  $\mu$  до внутреннего региона  $j$ .

## **Оценка моделей зависимости объемов внешней торговли в РФ по эмпирическим данным**

### **Постановка задачи, источники данных, применяемые модели**

Выборка состоит из 66 наблюдений по 7 странам за период 2010-2020 гг.

В данном исследовании использовалось гравитационное уравнение вида

$$M_{ij} = \frac{p_i p_j}{d_{ij}^2}$$

где  $M_{ij}$ - коэффициент взаимодействия между двумя странами

$p_i$  – ВВП первой страны

$p_j$  – ВВП второй страны

$d_{ij}$  – расстояние между столицами двух стран

Для построения гравитационной модели существует базовый набор переменных. С помощью предварительного анализа были отобраны следующие переменные для анализа:

Список стран: РФ, США, Китай, Германия, Испания, Казахстан, Беларусь.

ExpImp – сумма импорта и экспорта РФ со страной партнером

gdp1 – логарифм ВВП РФ

gdp2 – логарифм ВВП Страны-партнера

d(Distance) – расстояние между столицами государств

При проведении эконометрической оценки сначала рассмотрим классическую форму гравитационного уравнения — без специфических переменных, отражающих влияние существующей конфигурации пунктов пропуска. Существенной проблемой при эмпирической оценке гравитационного уравнения является возможность наличия пропущенных переменных. Построенное теоретическое гравитационное уравнение может не учитывать некоторых характеристик регионов или пунктов пропуска, которые оказывают существенное влияние на объемы торговли, — например плохое состояние путей транспортного сообщения в регионе, низкая пропускная способность пункта пропуска, аграрная специализация региона и т. д.

### Анализ результатов моделирования

Анализ внешнеторговых потоков РФ с использованием гравитационной модели (панельные данные, модель с фиксированными эффектами).

```
Модель 10: фиксированные эффекты, использовано наблюдений - 66
Включено 6 пространственных объектов
Длина временного ряда = 11
Зависимая переменная: l_ExpImp
Пропущены из-за совершенной коллинеарности: l_Gravity
```

	Коэффициент	Ст. ошибка	t-статистика	F-значение
const	7,95606	5,93225	1,341	0,1852
l_gpd1	0,902012	0,790096	1,142	0,2584
l_gpd2	0,418047	0,0688822	6,069	1,11e-07 ***
l_d	-0,938583	0,179725	-5,222	2,59e-06 ***

  

Среднее зав. перемен	10,22907	Ст. откл. зав. перемен	0,820414
Сумма кв. остатков	25,61049	Ст. ошибка модели	0,670304
LSDV R-squared	0,414620	В пределах R-квадрат	0,396283
LSDV F(3, 57)	5,046573	F-значение (F)	0,000092
Лог. правдоподобие	-62,41041	Крит. Акаике	142,8208
Крит. Шварца	162,5277	Крит. Хенмана-Куинна	150,6079
Параметр rho	-0,278011	Стат. Дарбина-Вотсона	2,323729

  

```
Joint test on named regressors -
Тестовая статистика: F(3, 57) = 12,4717
p-значение = P(F(3, 57) > 12,4717) = 2,23407e-006
```

  

```
Тест на различие констант в группах -
Нулевая гипотеза: Группы имеют общие константы
Тестовая статистика: F(5, 57) = 0,0410421
p-значение = P(F(5, 57) > 0,0410421) = 0,999
```

  

```
Distribution free Wald test for heteroskedasticity -
Нулевая гипотеза: наблюдения имеют общую дисперсию ошибки
Асимптотическая тестовая статистика: Хи-квадрат(6) = 4,12533
p-значение = 0,65972
```

$$l\_ExpImp = 7,96 + 0,902 * l\_gpd1 + 0,418 * l\_gpd2 - 0,939 * l\_d$$

(5,93)                      (0,790)                      (0,0689)                      (0,180)

n = 66, R-квадрат = 0,415  
(в скобках указаны стандартные ошибки)

Выше представлены показатели, характеризующие качество данной модели. В скобках указаны стандартные ошибки коэффициентов модели, которые вычисляются исходя из несмещенной оценки остаточной дисперсии. Таким образом, модель адекватна и может быть использована как для дальнейшего индивидуального, так и для среднестатистического прогнозирования.

Анализ внешнеторговых потоков РФ с использованием гравитационной модели (панельные данные, модель со случайными эффектами)

Модель 11: Случайные эффекты (GLS), использовано наблюдений - 66  
Включено 6 пространственных объектов  
Длина временного ряда = 11  
Зависимая переменная: l\_ExpImp  
Пропущены из-за совершенной коллинеарности: l\_Gravity

	Коэффициент	Ст. ошибка	z	P-значение	
const	9,56036	3,34110	2,861	0,0042	***
l_gpd1	0,684033	0,425433	1,608	0,1079	
l_gpd2	0,415360	0,0654763	6,344	2,24e-010	***
l_d	-0,933665	0,170880	-5,464	4,66e-08	***
Среднее зав. перемен	10,22907	Ст. откл. зав. перемен	0,820414		
Сумма кв. остатков	25,70270	Ст. ошибка модели	0,638733		
Лог. правдоподобие	-62,52900	Крит. Акаике	133,0580		
Крит. Шварца	141,8166	Крит. Хеммана-Куинна	136,5189		
Параметр rho	-0,278011	Стат. Дарбина-Вотсона	2,323729		

Межгрупповая дисперсия = 0  
Внутригрупповая дисперсия = 0,449307  
theta, использованная для квази-деусреднения (demeaning) = 0  
corr(y, yhat)^2 = 0,412512

Joint test on named regressors -  
Асимптотическая тестовая статистика: Хи-квадрат(3) = 43,5341  
p-значение = 1,89539e-009

Тест Бреша-Пэгона (Breusch-Pagan) -  
Нулевая гипотеза: Дисперсия специфических для наблюдений ошибок = 0  
Асимптотическая тестовая статистика: Хи-квадрат(1) = 3,13844  
p-значение = 0,0764671

Тест Хаусмана (Hausman) -  
Нулевая гипотеза: ОМНК оценки состоятельны  
Асимптотическая тестовая статистика: Хи-квадрат(3) = 0,131386  
p-значение = 0,987822

$$l\_ExpImp = 9,56 + 0,684 * l\_gpd1 + 0,415 * l\_gpd2 - 0,934 * l\_d$$

(3,34)                      (0,425)                      (0,0655)                      (0,171)

Коэффициент перед переменной, характеризующей расстояние, равен  $-0,9$ . Это говорит о том, при увеличении расстояния между странами на 1% от текущих значений торговый поток снизится на 0,9%. Данный показатель характеризует степень влияния расстояния как одного из факторов торговли между странами. В случае если у участника двусторонней торговли будет возможность торговли с более близким по расстоянию партнером, вероятнее всего, он выберет данного партнера. В то же время одним из недостатков данного вида расчета является то, что он измеряет влияние расстояния «по прямой», от столицы одного государства до столицы другого.

### **Заключение**

Таким образом, подводя итог можно сделать следующие выводы. Гравитационная модель внешней торговли, несмотря на отсутствие принятого экономистами теоретического обоснования, является репрезентативной и имеет хорошее качество при ее эконометрическом анализе. Она может быть использована для анализа торговых потоков по уже имеющимся данным за прошлые временные периоды, а также для прогнозирования будущих торговых потоков. В то же время гравитационная модель с учетом торговых ограничений не может быть использована для точного расчета издержек.



