

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

**Влияние шума и гармонического сигнала на формирование кластеров в
кольце нелокально-связанных передемпфированных осцилляторов
Дуффинга**

студента 4 курса 4061 группы

направления 11.03.02 Инфокоммуникационные

технологии и системы связи

Института физики

Борисенкова Дмитрия Владимировича

Научный руководитель

профессор, д.ф.-м.н., профессор _____ Т.Е. Вадивасова

Зав. кафедрой радиофизики

и нелинейной динамики

д.ф.-м.н., доцент _____ Г.И. Стрелкова

Саратов 2021 г.

Введение

Изучение сложных сетей, состоящих из большого числа взаимодействующих активных элементов с различными топологиями и характеристиками связи является актуальным направлением развития науки. Сложные сети имеют широкое распространение в живой природе и технике от нейронных ансамблей до энергетических и информационных систем. В таких системах возможно наблюдать большое разнообразие динамических режимов и кластерных структур. Так, даже в ансамблях идентичных нелинейных осцилляторов с идентичными связями могут возникать сложные кластерные структуры, такие как химерные состояния, впервые описанные в некоторых работах и интенсивно исследовавшиеся в последние годы. Химерные состояния не являются объектом только теоретических построений и компьютерного моделирования. Они наблюдались в целом ряде экспериментальных исследований. Это значит, что при определенных условиях, подобного рода структуры вполне могут формироваться в реальных системах.

Исследуемая модель

Рассматривается ансамбль передемпфированных нелинейных бистабильных осцилляторов с нелокальными связями и периодическими граничными условиями (кольцо). На каждый осциллятор может воздействовать независимый источник гауссова белого шума с одними и теми же статистическими характеристиками и один и тот же гармонический сигнал. Уравнения системы имеют вид

$$\dot{x}_j = x_j - x_j^3 + \frac{\sigma}{2P} \sum_{k=j-P}^{j+P} (x_k - x_j) + \sqrt{2D}n_j(t) + A \cos \omega_{\text{вн}} t, \quad (1)$$
$$j = 0, 1, \dots, N-1, \quad \text{граничные условия: } x_{j \pm N}(t) = x_j(t),$$

Здесь j – номер элемента в кольце. Исследуемое кольцо состоит из $N = 300$ идентичных осцилляторов с идентичной диссипативной нелокальной связью. Параметр P определяет число соседей с каждой из сторон, с которыми взаимодействует любой осциллятор. Параметр σ задает коэффициент связи осцилляторов. Источники $n_j(t)$ представляют собой независимые нормированные гауссовы источники белого шума с нулевыми средними значениями и корреляционными функциями $\psi_j(\tau) = \langle n_j(t)n_j(t+\tau) \rangle = \delta(\tau)$, где $\delta(\tau)$ – функция Дирака, а скобки $\langle \dots \rangle$ означают статистическое усреднение. Параметр D задает интенсивность всех источников шума. Предполагается, что на все осцилляторы может действовать один и тот же гармонический сигнал с амплитудой A и частотой ω_{ex} . Начальная фаза внешнего воздействия полагается равной нулю.

Методы численного анализа

В работе планируется исследовать эффект влияния шума и гармонического сигнала на неподвижные во времени химерные кластерные структуры, устанавливающиеся в кольце (1) в отсутствии шума и гармонического сигнала. Уравнения (1) численно интегрируются методом Рунге-Кутты 4-го порядка с учетом источников шума с постоянным шагом $\Delta t = 0.001$. По полученным данным строились мгновенные пространственные профили состояний системы (1) и графики стохастических колебаний во времени для отдельных выбранных осцилляторов. Время установления и время основного цикла интегрирования (время наблюдения) полагались фиксированными: $t_{уст} = 1000$ и $t_{наб} = 1000$ единиц безразмерного времени, а при расчете частот переключений полагалось $t_{наб} = 5000$.

В установившемся режиме рассчитывались средние частоты переключений осцилляторов между двумя потенциальными ямками (частоты Крамерса). Частота Крамерса бистабильного осциллятора рассчитывалась по формуле

$$f_K = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (t_{i+1} - t_i)^{-1}, \quad (2)$$

где t_i - моменты переходов из одной потенциальной ямки в другую в одном направлении (см. Рис.1). Поскольку реализация случайного процесса $x(t)$ не является гладкой функцией, то при численных расчетах переключений нужно учитывать узкий граничный слой $[-\varepsilon, +\varepsilon]$, таким образом, что переход из левой ямки в правую соответствует пересечению границы $x = +\varepsilon$, а переход из правой в левую – пересечению границы $x = -\varepsilon$. В проведенных расчетах полуширина граничного слоя была выбрана как $\varepsilon = 0.1$.

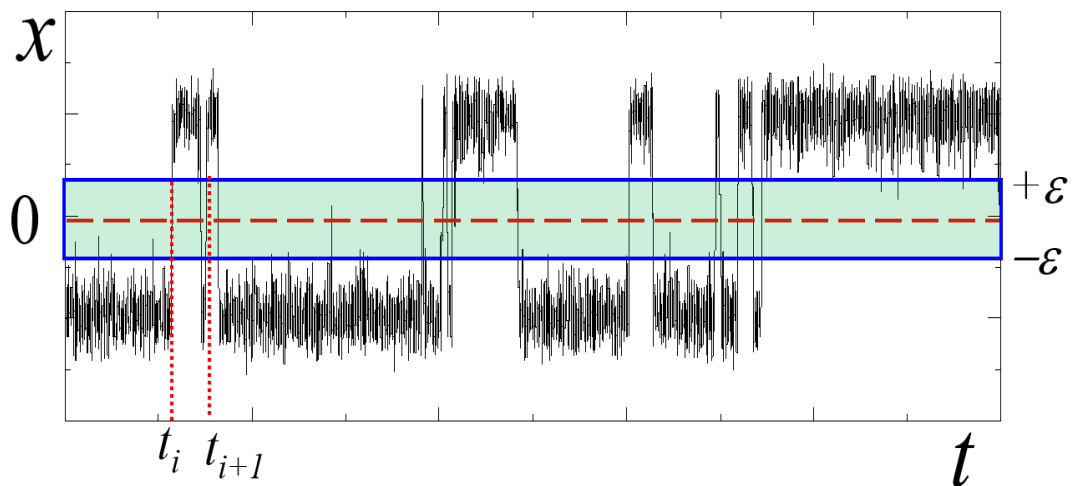


Рисунок 1. Иллюстрация к расчету средней частоты переключений передемпфированного стохастического бистабильного осциллятора

Характер исследуемых неподвижных кластерных структур в отсутствие воздействия

Было рассмотрено множество пространственных структур, устанавливающихся при различных случайных начальных состояниях осцилляторов и различных значениях параметров P и D . Из них были выбраны две установившиеся неподвижные химерные структуры. Соответствующие этим структурам распределения состояний элементов использовались в качестве начальных условий при дальнейших

исследованиях влияния шума и гармонического воздействия. Эти пространственные структуры приведены на Рис.2.

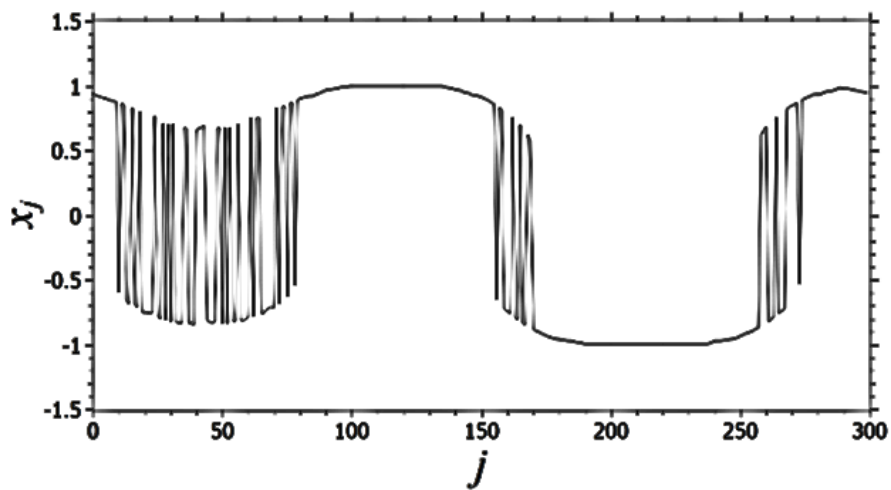
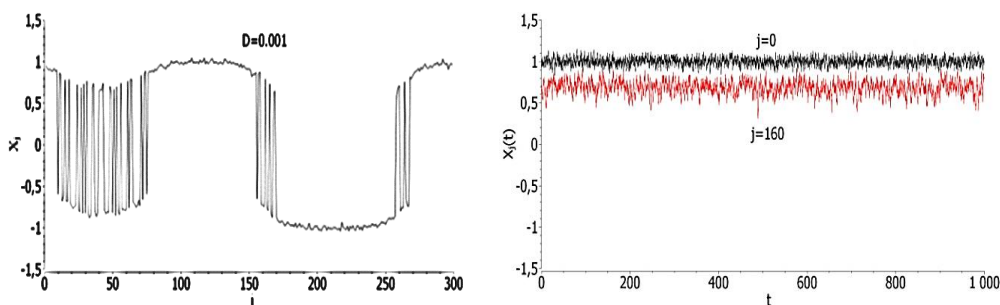


Рисунок 2. Неподвижная химерная структура, устанавливающаяся в системе (1) в отсутствии гармонического и шумового воздействия ($A = 0$, $D = 0$) при $P = 20$, $\sigma = 0.4$

Воздействие шума на неподвижную двухъямную химеру в системе (1) в отсутствие гармонического сигнала

Исследование эволюции мгновенного пространственного профиля и характера колебаний осцилляторов с ростом интенсивности шума. Зафиксировав параметры ансамбля и начальные условия, соответствующие одной из двух структур, представленных на Рис.2, будем увеличивать интенсивность шума D .



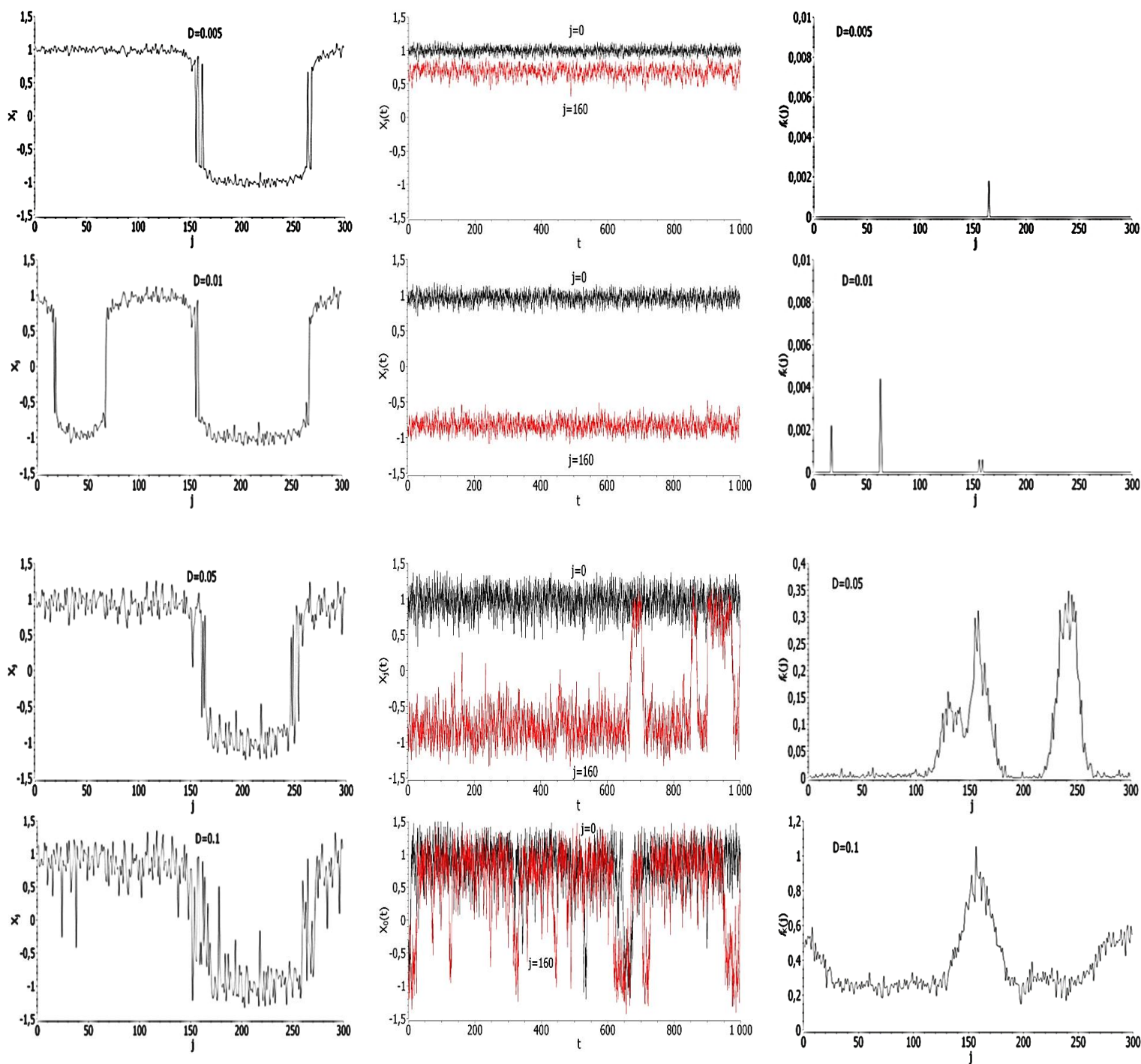


Рисунок 3. Мгновенные пространственные профили (а), стохастические колебания осцилляторов с номерами $j = 0, j = 160$ (б) и распределение средних частот переключений осцилляторов (в) в ансамбле (1) при $A = 0, P = 20, \sigma = 0.4$ в случае воздействия шума с разной интенсивностью D на неподвижную химерную структуру, приведенную на Рис.2

Воздействие гармонического сигнала на неподвижную двухъямную химеру в системе (1) в отсутствие шума

Исследование влияния на неподвижные химерные структуры гармонического воздействия без шума. Гармонический сигнал является общим для всех осцилляторов.

Рассмотрим эволюцию мгновенного пространственного профиля и характера колебаний осцилляторов с ростом амплитуды гармонического воздействия. Зафиксировав параметры ансамбля, начальные условия, соответствующие одной из двух структур, представленных на Рис.2 и частоту воздействия $\omega_{\text{вн}}$, будем увеличивать амплитуду воздействия A . Начальную фазу воздействия при всех вычислениях будем полагать равной нулю.

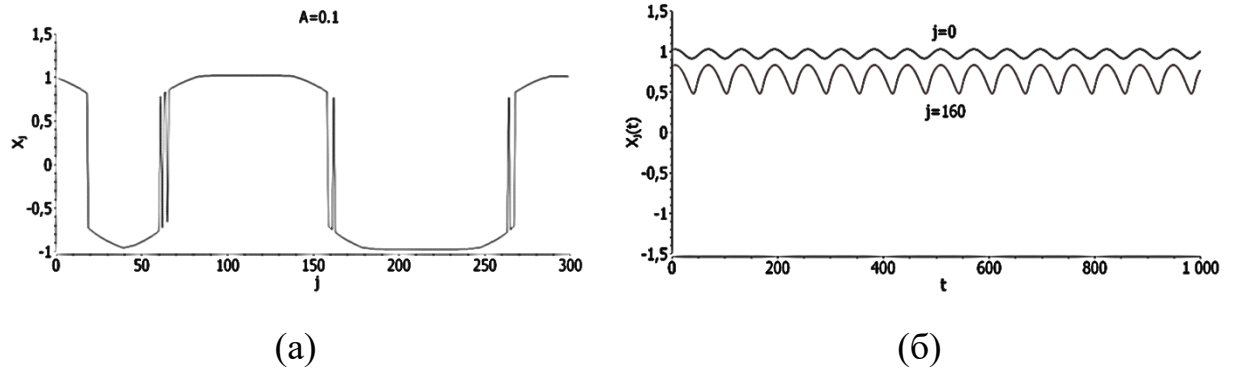


Рисунок 19. Мгновенные пространственные профили (а) и периодические колебания осцилляторов с номерами $j = 0, j = 160$ (б) в ансамбле (1) при $D = 0$, $P = 20$, $\sigma = 0.4$ в случае воздействия гармонического сигнала с амплитудой $A = 0.1$ и частотой $\omega_{\text{вн}} = 0.1$ на неподвижную химерную структуру, приведенную на Рис.2

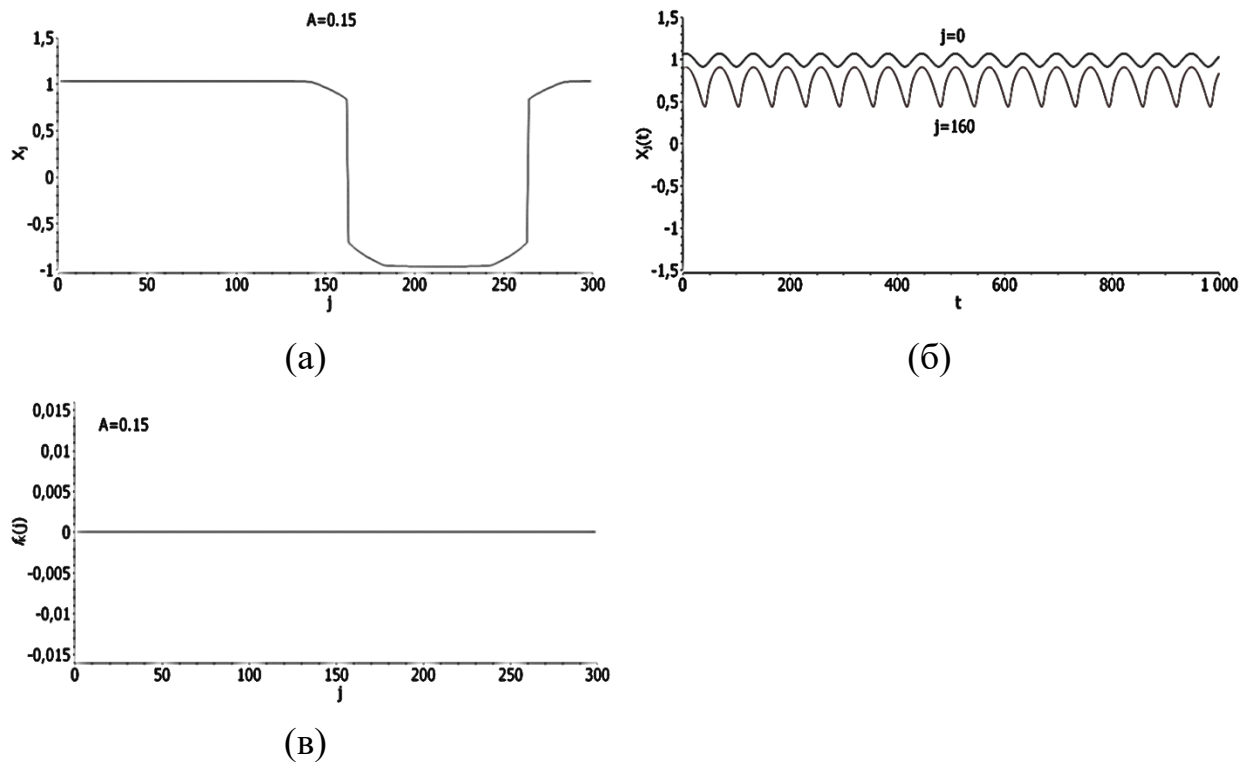


Рисунок 20. Мгновенные пространственные профили (а) и периодические колебания осцилляторов с номерами $j = 0, j = 160$ (б) в ансамбле (1) при $D = 0$, $P = 20$, $\sigma = 0.4$ в случае воздействия гармонического сигнала с амплитудой $A = 0.15$ и частотой $\omega_{\text{вн}} = 0.1$ на неподвижную химерную структуру, приведенную на Рис.2

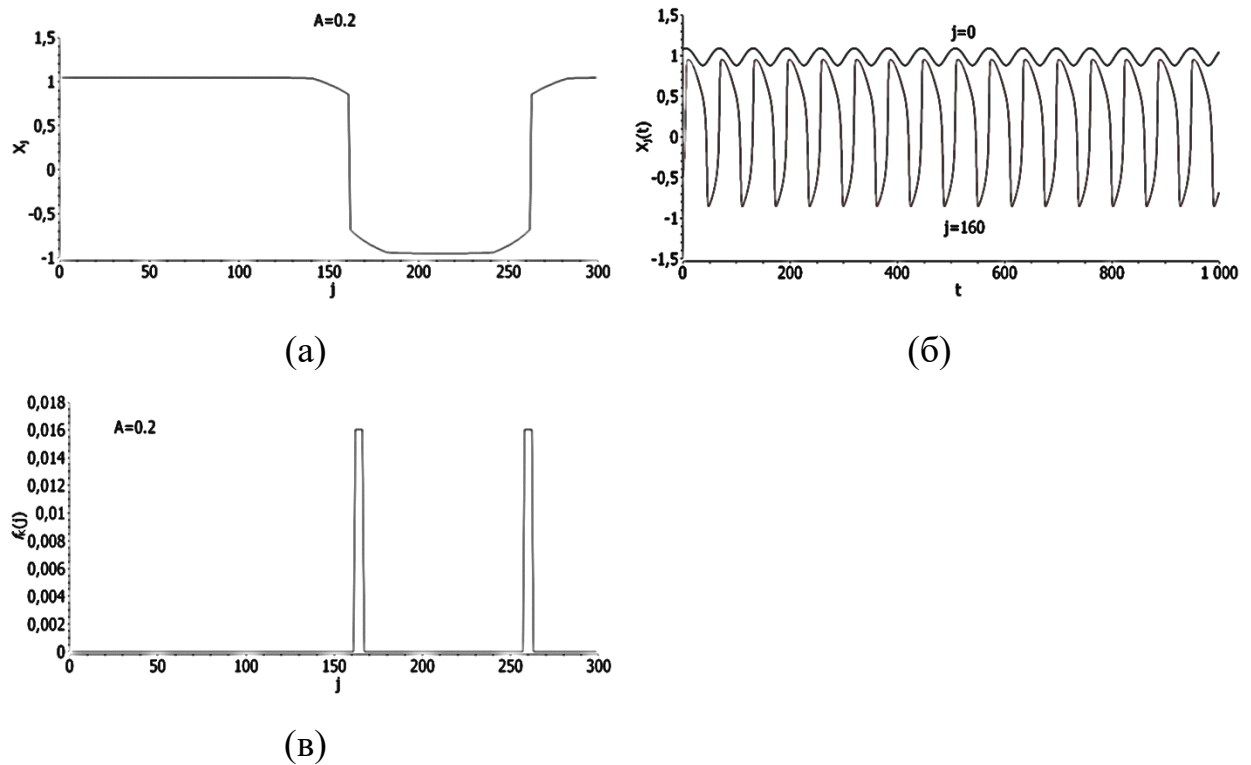
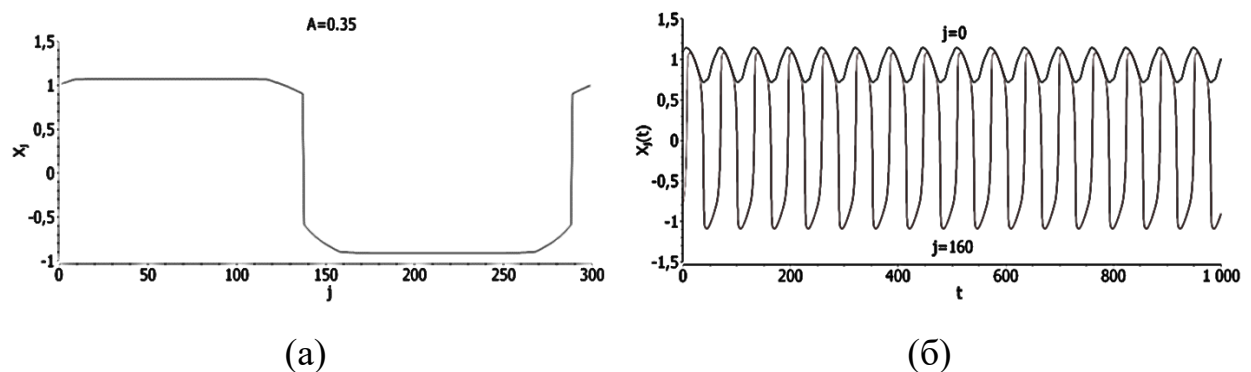
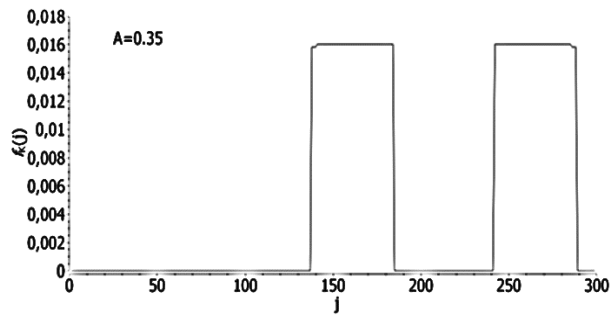


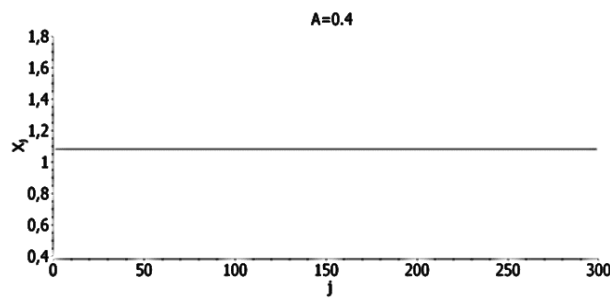
Рисунок 21. Мгновенные пространственные профили (а) и периодические колебания осцилляторов с номерами $j = 0, j = 160$ (б) в ансамбле (1) при $D = 0$, $P = 20$, $\sigma = 0.4$ в случае воздействия гармонического сигнала с амплитудой $A = 0.2$ и частотой $\omega_{\text{вн}} = 0.1$ на неподвижную химерную структуру, приведенную на Рис.2



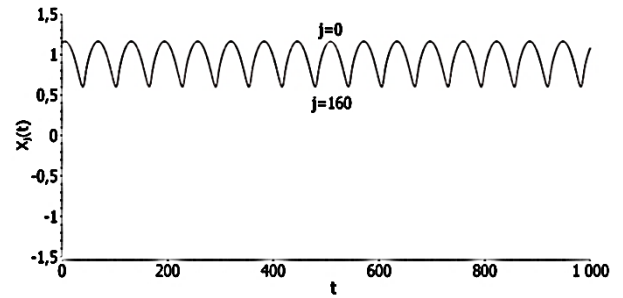


(в)

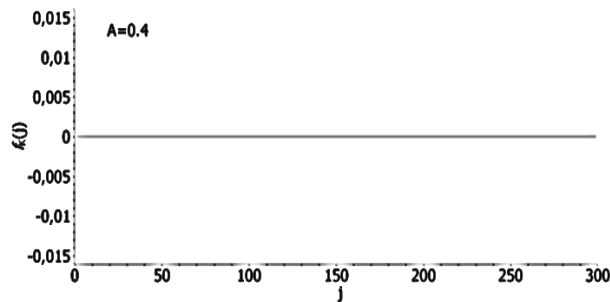
Рисунок 22. Мгновенные пространственные профили (а) и периодические колебания осцилляторов с номерами $j = 0, j = 160$ (б) в ансамбле (1) при $D = 0$, $P = 20$, $\sigma = 0.4$ в случае воздействия гармонического сигнала с амплитудой $A = 0.35$ и частотой $\omega_{\text{вн}} = 0.1$ на неподвижную химерную структуру, приведенную на Рис.2



(а)



(б)



(в)

Рисунок 23. Мгновенные пространственные профили (а) и периодические колебания осцилляторов с номерами $j = 0, j = 160$ (б) в ансамбле (1) при $D = 0$, $P = 20$, $\sigma = 0.4$ в случае воздействия гармонического сигнала с амплитудой $A = 0.4$ и частотой $\omega_{\text{вн}} = 0.1$ на неподвижную химерную структуру, приведенную на Рис.2

Совместное воздействие гармонического сигнала и шума на неподвижную двухъямную химеру в системе (1)

Теперь рассмотрим одновременное воздействие на химерную структуру шума и гармонического сигнала. Исследуем эволюцию мгновенного пространственного профиля и характера колебаний осцилляторов с ростом интенсивности шума D при фиксированной частоте и амплитуде воздействия, причем значение амплитуды выбиралось таким, чтобы в отсутствие шума переключения между потенциальными ямками для всех осцилляторов отсутствовали. Параметры ансамбля и начальные условия выберем соответствующими режиму, представленному на Рис.2.

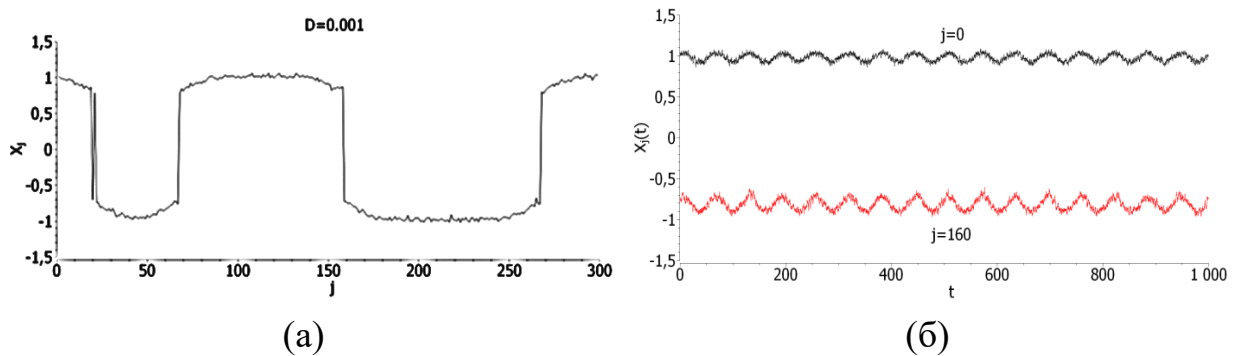
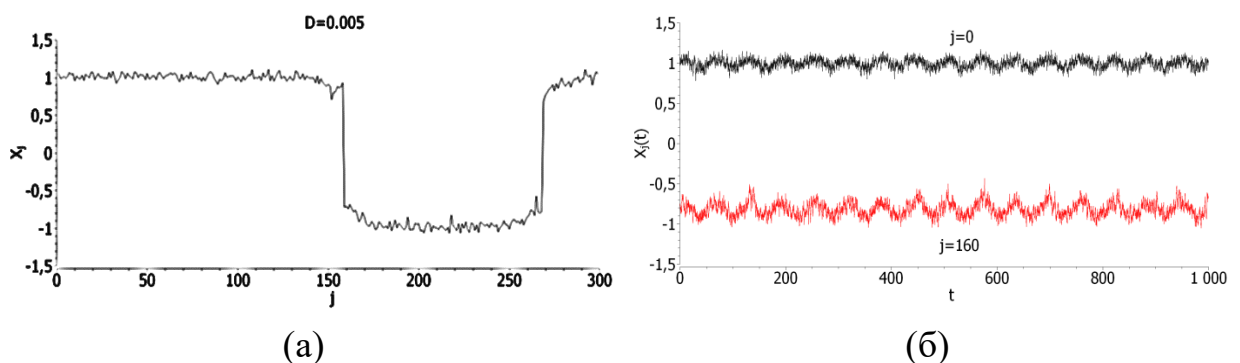


Рисунок 29. Мгновенные пространственные профили (а) и периодические колебания осцилляторов с номерами $j = 0, j = 160$ (б) в ансамбле (1) при $D = 0.001$, $P = 20$, $\sigma = 0.4$ в случае воздействия гармонического сигнала с амплитудой $A = 0.1$ и частотой $\omega_{\text{gn}} = 0.1$ на неподвижную химерную структуру, приведенную на Рис.2



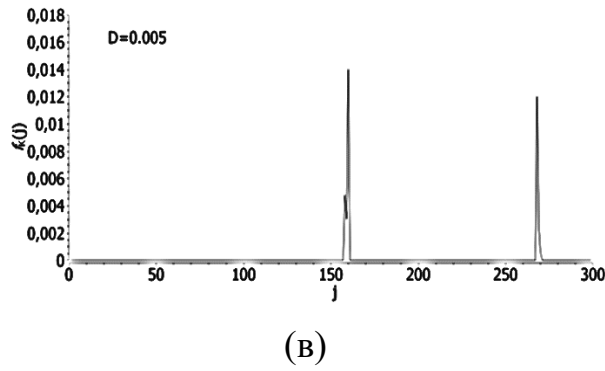


Рисунок 30. Мгновенные пространственные профили (а) и периодические колебания осцилляторов с номерами $j = 0, j = 160$ (б) в ансамбле (1) при $D = 0.005$, $P = 20$, $\sigma = 0.4$ в случае воздействия гармонического сигнала с амплитудой $A = 0.1$ и частотой $\omega_{\text{вн}} = 0.1$ на неподвижную химерную структуру, приведенную на Рис.2

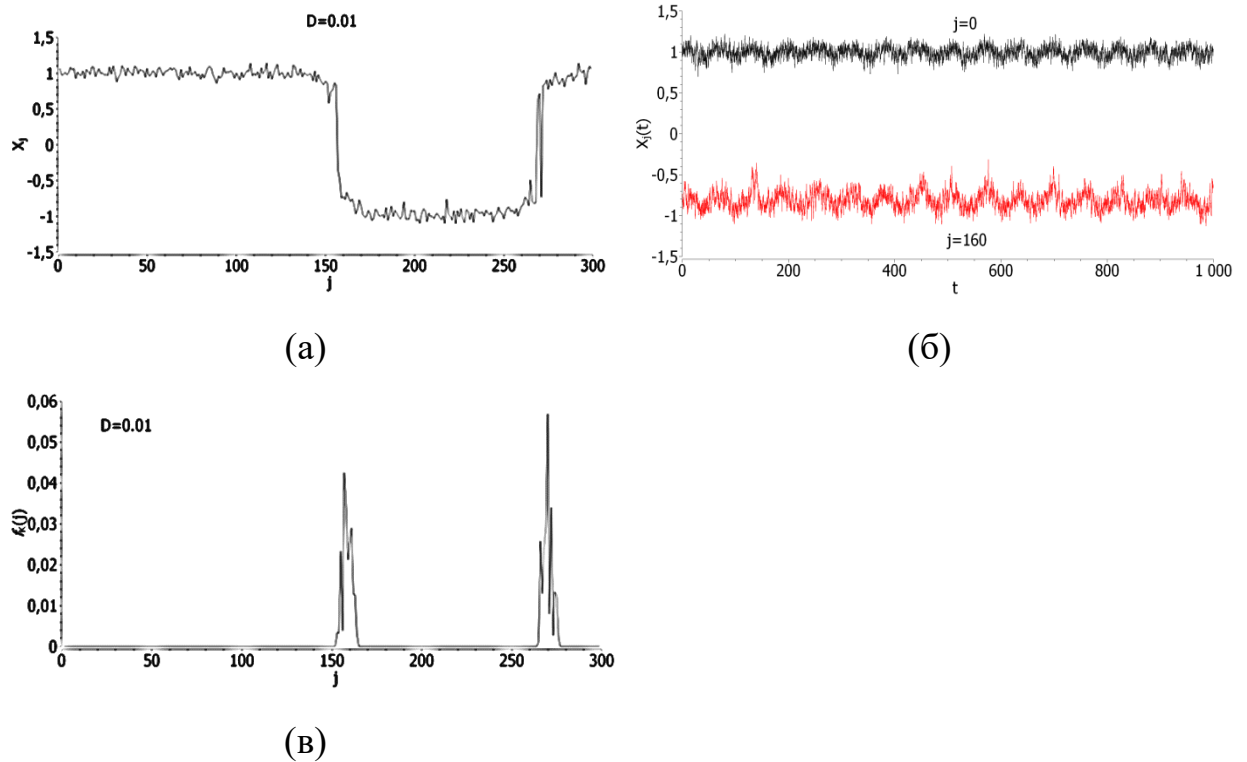
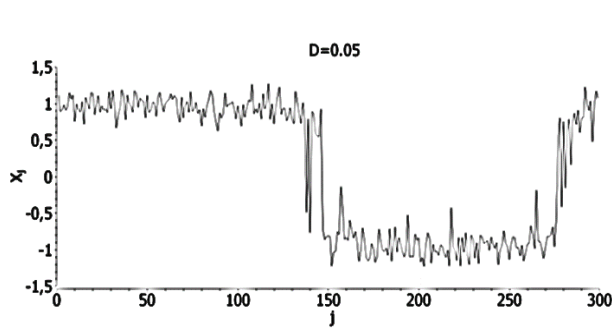
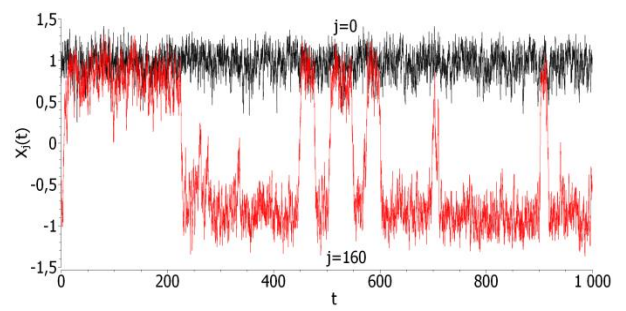


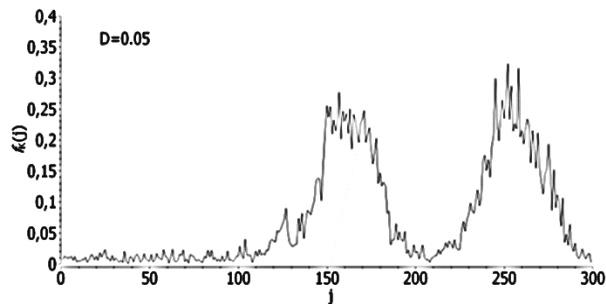
Рисунок 31. Мгновенные пространственные профили (а) и периодические колебания осцилляторов с номерами $j = 0, j = 160$ (б) в ансамбле (1) при $D = 0.01$, $P = 20$, $\sigma = 0.4$ в случае воздействия гармонического сигнала с амплитудой $A = 0.1$ и частотой $\omega_{\text{вн}} = 0.1$ на неподвижную химерную структуру, приведенную на Рис.2



(a)

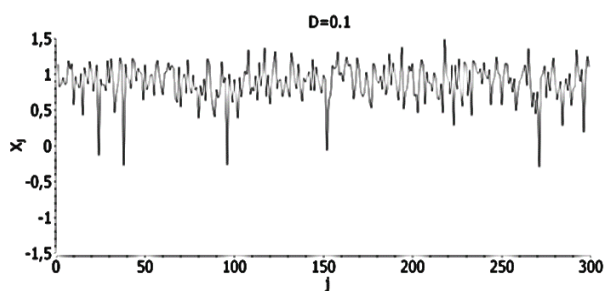


(б)

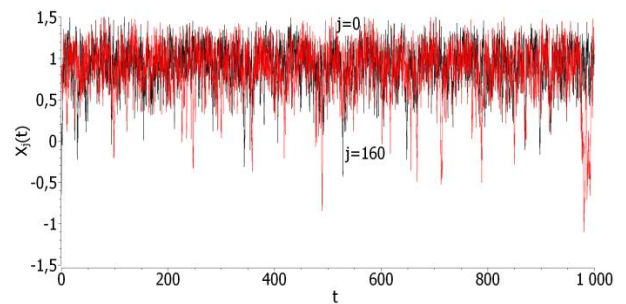


(в)

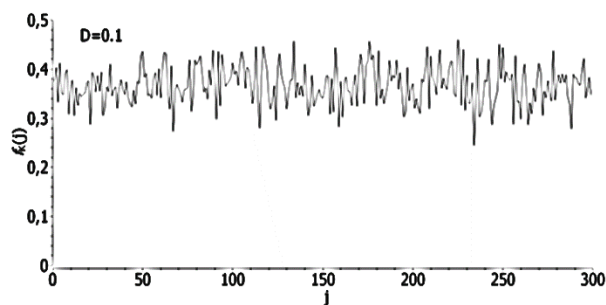
Рисунок 32. Мгновенные пространственные профили (а) и периодические колебания осцилляторов с номерами $j = 0, j = 160$ (б) в ансамбле (1) при $D = 0.05$, $P = 20$, $\sigma = 0.4$ в случае воздействия гармонического сигнала с амплитудой $A = 0.1$ и частотой $\omega_{\text{вн}} = 0.1$ на неподвижную химерную структуру, приведенную на Рис.2



(a)



(б)



(в)

Рисунок 33. Мгновенные пространственные профили (а) и периодические колебания осцилляторов с номерами $j = 0, j = 160$ (б) в ансамбле (1) при $D = 0.1$, $P = 20$, $\sigma = 0.4$ в случае воздействия гармонического сигнала с амплитудой $A = 0.1$ и частотой $\omega_{\text{вн}} = 0.1$ на неподвижную химерную структуру, приведенную на Рис.2

Заключение

В работе были исследованы внешние случайные и гармонические воздействия на сложные неподвижные химерные структуры, возникающие в ансамбле передемпфированных бистабильных осцилляторов и установлены следующие особенности поведения:

- Химерные структуры проявляют устойчивость по отношению к слабым случайным и гармоническим воздействиям, сохраняя свой исходный вид.
- Шум с изменяемой интенсивностью, а также гармонический сигнал с изменяемыми параметрами (амплитудой и частотой) или комбинация шума и гармонического сигнала позволяют управлять характером пространственной структуры в ансамбле осцилляторов. При соответствующем выборе параметров воздействия можно подавить некогерентные кластеры исходной химерной структуры и получить режим с кусочно-гладким профилем или пространственно-однородный режим.
- При шумовом и гармоническом воздействии, а также при их комбинации с помощью соответствующего выбора параметров воздействия можно получить кластеры переключений, которые возникают вблизи границ кластеров исходной пространственной структуры