МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математического обеспечения
вычислительных комплексов и
информационных систем

МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРАВЛЯЕМЫХ КОМБИНИРОВАННЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАЮЩИМИ ЗВЕНЬЯМИ

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 441 группы
направления 02.03.03, Математическое обеспечение и администрирование
информационных систем
факультета компьютерных наук и информационных технологий
Родина Ильи Сергеевича

Научный руководитель:
д. ф.-м. н., профессор ________________________ Д.К. Андрейченко
(подпись, дата)

Зав. кафедрой:
д. ф.-м. н., профессор ________________________ Д.К. Андрейченко
подпись, дата

Саратов 2020

ВВЕДЕНИЕ

С точки зрения теории управления, современные технические системы содержат как объекты с сосредоточенными по пространству параметрами, так и объекты с распределенными по пространству параметрами. Комбинированные динамические системы (КДС) представляют собой математические модели подобных технических систем в форме связанных посредством граничных условий и условий связи систем обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных при соответствующих начальных условиях [1, 2]. Наличие запаздывающих звеньев в системе управления (например, ракетных двигателей в системах стабилизации космических аппаратов) приводит к тому, модельные уравнения содержат обыкновенные дифференциальные уравнения с запаздывающими аргументами [2-4].

Целью данной работы является исследование эффективности выбора параметров обратных связей управляемых КДС с запаздывающими звеньями на основе параметрического синтеза по линеаризованной модели, эффективности его распараллеливания на основе современных технологий программирования, а также исследование возможности стабилизации на программной траектории исходной нелинейной системы на основе параметрического синтеза по линеаризованной модели. В качестве модельной рассмотрена задача о программном развороте спутника с деформируемыми элементами конструкции.

Для достижения поставленной цели необходимо решить ряд задач:

– на основе параметрического синтеза по линеаризованной модели выбрать значения параметров обратных связей, обеспечивающие требуемое качество переходных процессов;

– исследовать эффективность распараллеливания программной реализации параметрического синтеза на основе Open MP;

– для анализа переходных процессов в нелинейной управляемой КДС реализовать проекционный метод Галеркина и свести нелинейную начально-краевую задачу к задаче Коши для нелинейной системы обыкновенных дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом

– с целью сокращения времени компьютерного моделирования при численном интегрировании дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом реализовать подключение вычислительного ядра и стандартных библиотек системы MATLAB к программным проектам, разработанным в среде Microsoft Visual C++

– по результатам численного моделирования исследовать возможность стабилизации исходной нелинейной КДС на основе параметрического синтеза по линеаризованной модели.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Рассматриваются управляемые КДС с сосредоточенной входной вектор-функцией $\boldsymbol{x}(t) = (x_1(t), \dots x_{N_x}(t))^T$, сосредоточенной выходной вектор-функцией $\boldsymbol{y}(t) = (y_1(t), \dots y_{N_y}(t))^T$, и запаздывающими звеньями, модельные уравнения которых могут быть представлены в виде [2]:

$$\begin{aligned}
&\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{h}, \mathbf{y}(t-\tau)),\ \tau = \tau(\mathbf{x}, \mathbf{y});\quad \dot{\mathbf{u}} = \mathbb{F}(\mathbf{u}, \mathbf{x}, \mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}),\ \mathbf{r} \in \Omega;\\
&\mathbb{G}(\mathbf{u}, \mathbf{y})\Big|_S = 0;\ \mathbf{h} = \int_S \mathbb{H}(\mathbf{u}) dS;\\
&\mathbf{y}(t) = \mathbf{y}_0(t),\ \ -\tau_{\max} \le t \le 0;\quad \mathbf{u}(\mathbf{r}, 0) = \mathbf{u}_0(\mathbf{r})
\end{aligned} \tag{1.1}$$

Здесь $\tau = \tau(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ – характерное время запаздывания.

Модельные уравнения управляемых КДС зависят от параметров обратных связей $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_{N_p})^T \in \mathbb{R}^{N_p}$.

После линеаризации динамическая модель линеаризованной КДС сводится к матрице передаточных функций

$$\Phi(\lambda, \mathbf{p}) = [\Phi_{kj}(\lambda, \mathbf{p})] = [Q_{kj}(\lambda, \mathbf{p}) \,/\, D(\lambda, \mathbf{p})] \tag{1.2}$$

Под областью устойчивости в теории управления понимают такое открытое множество в пространстве параметров обратных связей $\Omega_{st} \in \mathbb{R}^{N_p}$, что КДС устойчива при $\mathbf{p} \in \Omega_{st}$ и неустойчива при $\mathbf{p} \notin \overline{\Omega}_{st}$. Из теорем об устойчивости КДС следует:

$$\mathbf{p} \in \Omega_{st} \quad \Leftrightarrow \quad \underset{0 \le \omega \le \infty}{\Delta} \arg D(i\omega, \mathbf{p}) = \frac{n\pi}{2}. \tag{1.3}$$

Под параметрическим синтезом понимают процедуру выбора величин параметров обратных связей $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_{N_p})^T \in \mathbb{R}^{N_p}$ с целью обеспечения быстрого затухания переходных процессов [2, 4-8]. Параметрический синтез управляемых КДС выполняется на основе минимизации среднеквадратичного отклонения частотной характеристики от «желаемой» частотной характеристики:

$$F(\mathbf{p}) \to \min;\ F(\mathbf{p}) = \begin{cases} \left[C_0 + \left\| R_A(0, \mathbf{p}) \right\|^{-2}\right] \int_0^\infty f(\omega, p) d\omega, & \mathbf{p} \in \Omega_{st};\\ M \gg 1, & \mathbf{p} \notin \Omega_{st}. \end{cases} \tag{1.4}$$

$$f(\omega,p) = \left\| R_A(\omega,\mathbf{p}) - R_A(0,\mathbf{p}) R_A^*(\omega) \right\|^2 + c_1 \left\| R_A'(\omega,\mathbf{p}) - R_A(0,\mathbf{p}) R_A^{*\prime}(\omega) \right\|^2 +$$
$$+ c_2 \left\| R_A''(\omega,\mathbf{p}) - R_A(0,\mathbf{p}) R_A^{*\prime\prime}(\omega) \right\|^2$$

$$R_A(\omega,\mathbf{p}) = [R_{A_{\nu j}}(\omega,\mathbf{p})],\ R_{A_{\nu j}}(\omega,\mathbf{p}) = \begin{cases} \operatorname{Re}\Phi_{\nu j}(i\omega,\mathbf{p}),\ A_j(\mathbf{p}) \neq 0; \\ \sqrt{1+\omega^2}\operatorname{Re}\Psi_{\nu j}(i\omega,\mathbf{p}),\ A_j(\mathbf{p}) = 0; \end{cases}$$
$$R_A^*(\omega) = \operatorname{diag}[R_{A_j}^*(\omega)],\ R_{A_j}^*(\omega) = \begin{cases} R^*(\omega),\ A_j(\mathbf{p}) \neq 0; \\ \sqrt{1+\omega^2} R^*(\omega),\ A_j(\mathbf{p}) = 0; \end{cases}$$
$$\Psi_{\nu j}(\lambda,\mathbf{p}) = \Phi_{\nu j}(\lambda,\mathbf{p}) / \lambda;\ \nu = 1,2,\dots,N_y;\ j = 1,2,\dots,N_x.$$

$$R^*(\omega) = (1-(t_0\omega)^2)/(1+(t_0\omega)^4),\ A_j(\mathbf{p}) = \left[\sum\nolimits_{\nu=1}^{N_y} \Phi_{\nu j}^2(0,\mathbf{p})\right]^{1/2},\quad j = 1,2,\dots,N_x$$

Здесь $C_0 = \left\| R_A(0,\mathbf{p}_0) \right\|^{-2}$, $c_1 \approx 0.003$, $c_2 \approx 0.001$, $()' = d()/d\omega$, $\mathbf{p}_0$ – значения параметров обратных связей в момент старта процедуры параметрического синтеза. Распараллеливание параметрического синтеза основано на том, что интегрирование по отдельным частотным диапазоуам может быть выполнено независимо, т.е. параллельно:

$$\int_0^\infty f(\omega,\mathbf{p})d\omega = \sum_{j=0}^{N} \int_{\omega_j}^{\omega_{j+1}} f(\omega,\mathbf{p})d\omega + \int_{\omega_{N+1}}^{\infty} f(\omega,\mathbf{p})d\omega,\ \omega_{N+1} \gg 1$$

После исследования устойчивости и параметрического синтеза становится обоснованным прямое численное моделирование переходных процессов в нелинейных КДС. Целесообразно выполнить дискретизацию уравнений в частных производных по независимым пространственным переменным и с требуемой степенью точности заменить их системой обыкновенных дифференциальных уравнений достаточно большой размерности. Это выполняется на основе проекционного метода Галёркина [9]. Полученная в результате дискретизации модельных уравнений КДС система обыкновенных дифференциальных уравнений с запаздывающими аргументами интегрируется численно.

В работе рассматривается задача о стабилизации движения спутника (см.

рис. 1) на заданной траектории, соответствующей его развороту. Здесь $\mathbf{x}(t)=\left\{\alpha_0(t)\right\}$, $\mathbf{y}(t)=\left\{\alpha(t)\right\}$. После приведения к безразмерным переменным и параметрам модельные уравнения системы стабилизации принимают вид

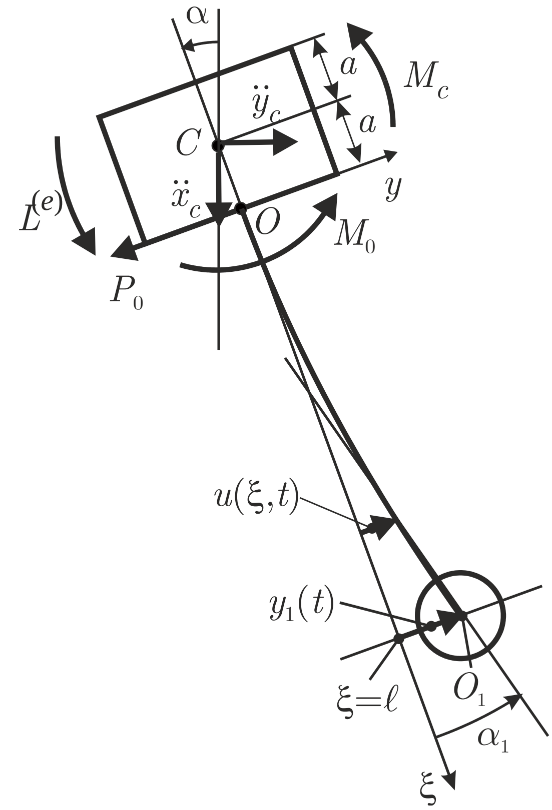

Рисунок 1 – Структурная схема

$$J_c\ddot{\alpha} = M(0,\mathrm{t}) - aM'(0,\mathrm{t}) - \frac{1}{\mu_1}f(\mu_1\omega(t-\tau)),\ f(w)=\operatorname{th} w$$

$$w(t) = p_1\dot{\alpha}(t) - p_2(\alpha(t)-\alpha_0(t)) - p_3\int_0^t(\alpha(\xi)-\alpha_0(\xi))d\xi;$$

$$J_1(\ddot{\alpha}_1-\ddot{\alpha}) = -M(1,\mathrm{t});$$

$$m_c\ddot{x}_c = Q_1(0,t)\cos(\mu t) + M'(0,t)\sin(\mu t); \tag{1.5}$$

$$m_c\ddot{y}_c = Q_1(0,t)\sin(\mu t) - M'(0,t)\cos(\mu t);$$

$$m_1\left[\ddot{y}_1 + \ddot{y}_c\cos(\mu t) - \ddot{x}_c\sin(\mu t) + \ddot{\alpha}(1+\alpha+\mu x_1) - \mu^2\dot{\alpha}^2 y_1 + 2\mu\dot{\alpha}x_1\right] =$$
$$-Q_1(1,t)\sin(\mu\alpha_1) + M'(1,t)\cos(\mu\alpha_1);$$

$$u_x(x,t)=\frac{1}{\mu}\int_0^x\left[\left(1-\mu^2u_y'^2(\eta,t)\right)^{\frac{1}{2}}-1\right]d\eta,$$
$$\dot{u}_x(x,t)=-\mu\int_0^x\left[\left(1-\mu^2u_y'^2(\eta,t)\right)^{-\frac{1}{2}}\right]u_y'(\eta,t)\dot{u}_y'(\eta,t)d\eta, \tag{1.6}$$

$$\kappa=\left[1-\mu^2u_y'^2\right]^{\frac{1}{2}}u_y'';\mathrm{M}=\kappa+\gamma\dot{u}''; \tag{1.7}$$

$$\ddot{u}_y+\ddot{\alpha}(x+a+\mu u_x)-\mu^2\dot{\alpha}^2u_y+2\mu\dot{\alpha}u_x=$$
$$=\left(1-\mu^2u_y'^2\right)^{\frac{1}{2}}\left(\mu\kappa Q_1-M''\right)+\mu u_y'\left(Q_1'+\mu\kappa M'\right); \tag{1.8}$$

$$u_y(0,t)=0;u_y'(0,t)=0;u_y(1,t)=y_1(t);u_y'(1,t)=\frac{1}{\mu}\sin\left(\mu\alpha_1(t)\right);$$
$$u_x(1,t)=x_1(t);\dot{u}_x(1,t)=\dot{x}_1(t); \tag{1.9}$$

$$Q_1''-\mu^2\kappa^2Q_1=-\mu\left\{\kappa'M'+2\kappa M''+\left[\dot{\alpha}+\left(1-\mu^2u_y'^2\right)^{-\frac{1}{2}}u_y'\right]^2\right\};$$
$$Q_1'(0,t)+\mu\kappa(0,t)M'(0,t)=-\mu a\dot{\alpha}^2; \tag{1.10}$$
$$Q_1'(1,t)+\mu\kappa(1,t)M'(1,t)+\frac{1}{m_1}Q_1(1,t)=0;$$

при $-\tau\le t\le 0\ \ \alpha(t)=0;\dot{\alpha}(t)=0;$ (1.11)

$$\alpha_1(0)=\dot{\alpha}_1(0)=x_c(0)=\dot{x}_c(0)=y_c(0)=\dot{y}_c(0)=y_1(0)=\dot{y}_1(0)=u_y(x,0)=\dot{u}_y(x,0)=0;$$

Линеаризованная система стабилизации спутника будет асимптотически устойчива, если

$$\underset{0\le\omega<\infty}{\Delta}\arg D(i\omega)=7\pi/2 \tag{1.12}$$

и неустойчива в остальных случаях.

Система MATLAB укомплектована значительным арсеналом современных численных методов [19, 20] и стандартными библиотеками для поддержки высокопроизводительных вычислений (BLAS, LAPACK, FFTW3, UMFPACK, CHOLMOD и т.д.), оптимизированными для современных процессоров и параллельных вычислительных архитектур. Вместе с тем, часто приходится реализовывать одну часть программного проекта на входном языке системы MATLAB, а другую – стандартными средствами C/C++, например, в среде MS Visual Studio. Типичный пример – задача моделирования выходных вектор-функций в нелинейной КДС с учетом времени запаздывания в системе управления. Подключение к уже существующему программному проекту стандартных функций MATLAB dde23 и deval, реализующих численное интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений с запаздывающими аргументами и интерполирование результатов численного интегрирования [23], выполнялось с использованием MATLAB Compiler. Вызов из исполнительной системы MATLAB функции, разработанной стандартными средствами C/C++, и реализующей вычисление правых частей системы обыкновенных дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом, был реализован на основе стандартного MEX-интерфейса MATLAB.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные исследования позволяют сделать следующие выводы:

1. Выполнение параметрического синтеза по линеаризованной модели позволяет значительно улучшить качество переходных функций в управляемой КДС с запаздывающими звеньями.

2. При программной реализации параллельного алгоритма параметрического синтеза на симметричных мультипроцессорных системах с общей памятью целесообразно использовать стандартные средства технологии OpenMP.

3. Для численного моделирования переходных процессов в нелинейных КДС с запаздывающими звеньями целесообразно использовать стандартные функции MATLAB численного интегрирования систем обыкновенных дифференциальных уравнений с запаздывающими аргументами, которые подключаются к проекту MS Visual Studio при помощи пакета расширения MATLAB Compiler.

4. При умеренных значениях параметров, характеризующих нелинейность, параметрический синтез по линеаризованной математической модели позволяет успешно стабилизировать на программной траектории исходную нелинейную модель.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Андрейченко Д.К., Андрейченко К.П. К теории комбинированных динамических систем // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2000. — № 3. — С. 54-69.

2. Андрейченко Д.К., Андрейченко К.П. Моделирование, анализ и синтез комбинированных динамических систем: Учебное пособие. — Саратов: ООО «Издательский Дом «Райт-Экспо», 2013. — С. 144.

3. Андрейченко Д.К., Андрейченко К.П. К теории стабилизации спутников с упругими стержнями // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2004. — № 6. — С. 150-163.

4. Андрейченко Д.К. Выбор параметров систем и динамический анализ газореактивных систем стабилизации с упругими стержнями / Андрейченко Д.К., Андрейченко К.П., Комарова М.С. // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2012. — № 4. — С. 101-114.

5. Андрейченко, Д.К. Параллельный алгоритм параметрического синтеза комбинированных динамических систем / Д.К. Андрейченко, К.П. Андрейченко, М.С. Комарова // Доклады Академии военных наук. — 2012. — № 5 (54). — С. 14-20.

6. Андрейченко, Д.К. Распараллеливание параметрического синтеза по схеме «Портфель задач» на основе технологии MPI / Д.К. Андрейченко, А.А. Ерофтиев, Д.В. Мельничук // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. — 2015. — Т. 15. Вып. 2. — С. 222-228.

7. Андрейченко, Д.К. Параллельный алгоритм параметрического синтеза системы угловой стабилизации вращающегося упругого стержня под действием продольного ускорения / Д.К. Андрейченко, К.П. Андрейченко, В.В. Кононов // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2017. — № 2. — С. 22-37.

8. Андрейченко, Д.К. Адаптивный алгоритм параметрического синтеза комбинированных динамических систем / Д.К. Андрейченко, К.П. Андрейченко, Д.В. Мельничук, М.С. Портенко // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. — 2016. — Т. 16. Вып. 4. — С. 465-475.

9. Флетчер, К. Численные методы на основе метода Галёркина: Пер. с англ.

— М.: Мир, 1988. — с.352.

10. Андрейченко Д.К. Эффективный алгоритм численного обращения интегрального преобразования Лапласа // Журнал вычислительной матем. и матем. физ. — 2000. — Т. 40. № 7. — С. 1030-1044.

11. OpenMP Application Program Interface. Version 4.5 - November 2015 [Электронный ресурс]. — URL: http://www.openmp.org/mp-documents/openmp-4.5.pdf (Дата обращения 10.04.2020).

12. Эхтер Ш., Робертс Дж. Многоядерное программирование. — СПб.: Питер, 2010. — С. 318.

13. Левин М.П. Параллельное программирование с использованием OpenMP. – М.: Интернет-Университет Информационных Технологий, БИНОМ Лаборатория знаний, 2012. – С. 121.

14. Эндрюс Г.Р. Основы многопоточного, параллельного и распределённого программирования / Под ред. А. Б. Ставровского. – М.; СПб.; Киев: Вильямс, 2003. – С. 505.

15. Гергель В.П. Высокопроизводительные вычисления для многопроцессорных многоядерных систем. Учебное пособие. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 2010. – С. 421.

16. Андрейченко Д.К., Ерофтиев А.А., Мельничук Д.В. Распараллеливание параметрического синтеза по схеме «Портфель задач» на основе технологии MPI // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. – 2015. – Т. 15. Сер. Математика. Механика. Информатика. Вып. 2. – С. 222-228.

17. Тыртышников, Е.Е. Методы численного анализа. – М., 2006. – С. 291.

18. Андрейченко Д.К., Андрейченко К.П. Устойчивость и предельные циклы системы стабилизации спутника с упругим стержнем и газореактивными двигателями с постоянным временем запаздывания // Авиакосмическое приборостроение. – 2005. – № 2. – С. 11-17.

19. Иглин С.П. Математические расчеты на базе MATLAB. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – С. 634.

20. Поршнев С. В. Компьютерное моделирование физических процессов в

пакете MATLAB. – СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2011. – С. 726.

21. MEX File Functions [Электронный ресурс] – URL: https://www.mathworks.com/help/matlab/call-mex-file-functions.html (Дата обращения 11.04.2020).

22. MATLAB Compiler SDK [Электронный ресурс] – URL: https://www.mathworks.com/help/compiler_sdk/index.html (Дата обращения 17.04.2020).

23. Solve delay differential equations (DDEs) with general delays [Электронный ресурс] – URL: http://www.mathworks.com/help/matlab/ref/ddesd.html (Дата обращения 22.04.2020).

24. Комарова, М.С. Моделирование, анализ и синтез управляемых комбинированных динамических систем: дис. … канд. физ.-мат. наук: 05.13.18 : защищена 27.12.2012 : утв. 30.09.2013 / Комарова Мария Сергеевна; науч. рук. Д.К. Андрейченко; Министерство образования и науки РФ, Сарат. гос. техн. университет. Саратов, 2012, 167 с. : табл. Библиогр.: с. 159-166.