

Министерство образования и науки Российской Федерации  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра системного анализа  
и автоматического управления

**Анализ модели звена сотовой сети связи с одноадресными соединениями**

**АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ**

Студента 4 курса 481 группы  
направления 27.03.03 – Системный анализ и управление  
факультета компьютерных наук и информационных технологий  
Меринова Кирилла Александровича

Научный руководитель  
старший преподаватель **Е.П. Станкевич**

Заведующий кафедрой  
к. ф.-м. н., доцент **И. Е. Тананко**

Саратов 2018

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы.** Сети сотовой подвижной связи в настоящее время стремительно развиваются. Наиболее важным направлением в улучшении качества мобильной связи является приведение ее к универсальным стандартам и сетей общего пользования различного территориального уровня.

На сегодняшний день абоненты сотовой связи имеют широкий круг возможностей сервисного пользования. Принимая во внимание роль средств телекоммуникаций в экономике, вопросы повышения качества предоставления услуг занимают главное значение. Одним из направлений деятельности является модернизация связи, осуществляемая посредством прогнозирования качества сервиса при изменении внешних условий (изменении количества абонентов, длительности разговора и др.). Это направление является особенно актуальным для операторов мобильных сетей, в связи с мобильностью абонентов беспроводной сети сотовой связи и с постоянной переменной нагрузки между различными участками сети. К примеру, даже небольшое изменение в тарифных планах компаний способно значительно повлиять на изменение нагрузки, проходящей через элементы сети. В связи с этим является актуальной задача планирования развития сети сотовой связи [1-5].

**Цель бакалаврской работы** – провести анализ модели звена сотовой сети связи с одноадресными соединениями.

Поставленная цель определила **следующие задачи**:

- изучение структуры и принципов функционирования систем массового обслуживания с ожиданием и потерями, являющимися математическими моделями звена сотовой сети связи с одноадресными соединениями;
- разработка алгоритма метода анализа систем массового обслуживания с ожиданием и потерями;
- разработка программы для анализа модели звена сети сотовой связи с одноадресными соединениями;
- проведение анализа модели звена сети сотовой связи с одноадресными соединениями.

**Методологические основы** структуры, принципов функционирования и методов анализа систем массового обслуживания с ожиданием и потерями, являющихся математическими моделями звена сотовой связи с одноадресными соединениями представлены в работах Митрофанова Ю.И. [1], Башарина Г.П. [2], [4], Гайдамаки Ю.В. [3], Митрофанова Ю.В., Фокиной Н.П., Рогачко Е.С. [6].

**Теоретическая и/или практическая значимость бакалаврской работы** заключается в разработке алгоритма и метода анализа модели звена сотовой сети связи с одноадресными соединениями, анализ стационарных характеристик, оптимизация модели по полученным данным.

**Структура и объем работы.** Бакалаврская работа состоит из введения, шести разделов, заключения, списка использованных источников и двух приложений. Общий объем работы 49 листов, из них 43 страницы – основное содержание, включая 7 таблиц и 12 рисунков, 6 страниц приложений, список использованных источников информации – 20 наименований.

## **КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

**Первый раздел «Система массового обслуживания с ожиданием и потерями, как реальная модель звена сотовой сети связи с одноадресными соединениями»** содержит описание структуры и основных принципов функционирования звена сети связи с одноадресными соединениями.

**Второй раздел «Основные понятия теории массового обслуживания»** содержит концептуальные понятия теории систем массового обслуживания и описание процесса размножения и гибели [1-7].

**Третий раздел «Классические модели звена сети с одноадресными соединениями»** содержит постановку задач и описание основных моделей Эрланга [2]. В качестве математической модели звена сотовой сети связи с одноадресными соединениями в данной работе рассматривается система массового обслуживания с ожиданием и потерями.

Процесс обслуживания в данной системе состоит в том, что если в момент поступления требования есть свободные приборы обслуживания, то требование занимает один из них в установленном порядке. Если же все  $K$  приборов заняты, то требование занимает одно из  $B$  мест ожидания в очереди. Будет рассматриваться случай, когда требование освобождает место в очереди (комплект ожидания), а не удерживает за собой место. В таком случае емкость системы  $N := K + B$ .

Порядок выбора требований из очереди на обслуживание при появлении свободного прибора может быть различным: в порядке поступления (FCFS), в обратном порядке (LCFS), случайно (Random). Если с точки зрения проектировщика вероятность блокировки  $p_{K+B}$  столь мала, что ее можно пренебречь, то анализируют самый простой случай  $B = \infty$ , когда блокировок нет. При  $B < \infty$  требование, заставшее в системе массового обслуживания  $K$  еще обслуживаемых и  $B$  ожидающих требований, то есть полностью занятую систему, получает отказ и теряется, не оказывая дальнейшего влияния на поступающий поток.

Эту вторую модель Эрланга в теории телетрафика называют также *системой Эрланга с неявными потерями*, поскольку затянувшееся ожидание часто приводит к отказу ожидающего требования (абонента) от требуемого соединения или к повторению вызовов, что значительно усложняет модель и соответствующие расчеты.

Пусть  $N = K + B$  – общая емкость системы массового обслуживания;  $X(t)$ ,  $t \geq 0$ , – случайный процесс, описывающий общее число требований в СМО в момент  $t$ ;  $J = \{0, 1, \dots, K, K+1, \dots, N\}$  – пространство состояний системы. Входящий поток требований в систему является пуссоновским с интенсивностью  $\lambda$ . Длительности обслуживания требований являются случайными величинами, имеющими экспоненциальное распределение с параметром  $\mu$ . Процесс  $X(t)$ ,  $t \geq 0$ , является ступенчатым марковским процессом размножения и гибели с интенсивностями переходов ( $n = 0, \dots, N$ )

$$\begin{aligned}
a_{n,n+1} &= \lambda_n, \\
a_{n,n-1} &= \mu_n, \\
a_{n,n} &= -\lambda_n - \mu_n,
\end{aligned}$$

Равновесное распределение  $p = (p_n)$ ,  $n = 0, \dots, N$ , удовлетворяет системе уравнений глобального баланса

$$\begin{aligned}
-\lambda p_0 + \mu p_1 &= 0 \\
\lambda p_{n-1} - (\lambda + n\mu) p_n + (n+1)\mu p_{n+1} &= 0, \quad n = 1, \dots, \kappa-1; \\
\lambda p_{n-1} - (\lambda + n\mu) p_n + \kappa\mu p_{n+1} &= 0, \quad n = \kappa, \dots, \kappa+B-1; \\
\lambda p_{N-1} - \kappa\mu p_N &= 0.
\end{aligned} \tag{1}$$

Используя функцию Хевисайда [2], запишем данную систему уравнений более компактно:

$$\begin{aligned}
\lambda p_{n-1} u(n) - [\lambda u(N-n) + \mu \min(n, \kappa)] p_n + \\
+ \mu \min(n+1, \kappa) p_{n+1} u(N-n) &= 0, \quad n = 0, \dots, N.
\end{aligned}$$

где

$$u(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ 1, & x \geq 1. \end{cases}$$

Суммируя уравнения (1) от нулевого до  $(n-1)$ -го включительно, получим следующую систему уравнений локального баланса:

$$\begin{aligned}
\lambda p_{n-1} &= n\mu p_n, \quad n = 1, \dots, \kappa; \\
\lambda p_{n-1} &= \kappa\mu p_n, \quad n = \kappa, \dots, N.
\end{aligned} \tag{2}$$

Обозначая

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu},$$

запишем рекуррентное соотношение (2) в виде

$$p_n = \frac{\rho}{\min(n, \kappa)} p_{n-1}, \quad n = 1, \dots, N.$$

Поэтому

$$p_n = \begin{cases} \frac{\rho^n}{n!} p_0, & n = 0, \dots, \kappa; \\ \left(\frac{\rho}{\kappa}\right)^{\kappa} p_\kappa = \frac{\rho^\kappa}{\kappa! \kappa^{\kappa}} p_0, & n = \kappa, \dots, N. \end{cases} \quad (3)$$

Из (3), учитывая условие нормировки, получаем

$$p_0 = \left[ \sum_{n=0}^{\kappa-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^\kappa}{\kappa!} \frac{1 - \left(\frac{\rho}{\kappa}\right)^{\kappa+1}}{1 - \frac{\rho}{\kappa}} \right]^{-1}.$$

**Четвертый раздел «Алгоритм метода анализа системы массового обслуживания с ожиданием и потерями»** содержит подробное описание алгоритма метода анализа систем массового обслуживания с ожиданием и потерями. Данный алгоритм имеет блочную структуру и состоит из пяти последовательно выполняемых блоков.

– Ввод исходных параметров.

$\mu$  – интенсивность обслуживания требования;

$\lambda$  – интенсивность входящего потока требований;

$B$  – количество мест в очереди;

$\kappa$  – число обслуживающих приборов.

– Вычисление отношения  $\rho$ .

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}.$$

– Вычисление вероятностей пребывания в системе определенного количества требований:

$$p_0 = \left( \sum_{j=1}^{\kappa-1} \frac{\rho^j}{j!} + \frac{\rho^\kappa (B+1)}{\kappa!} \right)^{-1}, \quad \text{если } \frac{\rho}{\kappa} = 1,$$

$$p_0 = \left( \sum_{j=1}^{\kappa-1} \frac{\rho^j}{j!} + \frac{\rho^\kappa (1 - \left( \frac{\rho}{\kappa} \right)^{(B+1)})}{\left( 1 - \left( \frac{\rho}{\kappa} \right) \right) \kappa!} \right)^{-1}, \text{ если } \frac{\rho}{\kappa} \neq 1,$$

$$p_n = p_0 \frac{\rho^n}{n!}, \text{ если } n \leq \kappa,$$

$$p_n = p_0 \frac{\left( \frac{\rho}{\kappa} \right)^n \kappa^\kappa}{\kappa!}, \text{ если } \kappa \leq n \leq \kappa + B,$$

$$p_{\kappa+B} = p_0 \kappa^\kappa \frac{\left( \frac{\rho}{\kappa} \right)^{\kappa+B}}{\kappa!}.$$

– Вычисление основных стационарных характеристик системы массового обслуживания с ожиданием и потерями [8-10]:

1. математическое ожидание длительности пребывания требования в очереди

$$\bar{w} = \frac{p_\kappa}{\kappa \mu \left( 1 - \frac{\rho}{\kappa} \right)^2} \left( 1 - (B+1) \left( \frac{\rho}{\kappa} \right)^B + B \left( \frac{\rho}{\kappa} \right)^{(B+1)} \right);$$

2. математическое ожидание числа требований в очереди

$$\bar{b} = p_0 \frac{\rho^\kappa B(B+1)}{2\kappa!}, \text{ если } \frac{\rho}{\kappa} = 1,$$

$$\bar{b} = p_0 \frac{\kappa^\kappa \left( \frac{\rho}{\kappa} \right)^{\kappa+1}}{\kappa! \left( 1 - \frac{\rho}{\kappa} \right)^2} \left( 1 - \left( \frac{\rho}{\kappa} \right)^B - B \left( \frac{\rho}{\kappa} \right)^B \left( 1 - \frac{\rho}{\kappa} \right) \right), \text{ если } \frac{\rho}{\kappa} \neq 1,$$

3. математическое ожидание числа занятых приборов в системе массового обслуживания

$$\bar{h} = \frac{\lambda(1 - p_{\kappa+B})}{\mu};$$

4. математическое ожидание числа требований в системе массового обслуживания

$$\bar{n} = \bar{b} + \bar{h};$$

5. математическое ожидание числа свободных приборов в системе массового обслуживания

$$\bar{g} = \kappa - \bar{h}.$$

– Вывод результатов.

**Пятый раздел «Назначение и описание программы анализа звена сети сотовой связи»** содержит подробное описание разработанной программы: описание идентификаторов, описание входных данных, описание функций. Исходный код программы представлен в приложениях. Программа предназначена для вычисления стационарных характеристик модели звена сотовой сети связи с одноадресными соединениями. Программа реализована на языке C# в среде разработки Microsoft Visual Studio 2013 [11-12].

**Шестой раздел «Аспекты практического применения программы анализа звена сети сотовой связи с одноадресными соединениями»** содержит численные примеры использования программы для анализа модели звена сотовой сети связи с одноадресными соединениями.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренные в работе системы массового обслуживания с ожиданием и потерями могут быть использованы в качестве математических моделей звена сотовой сети связи с одноадресными соединениями [13-17].

В ходе выполнения выпускной квалификационной работы были разработаны алгоритм метода анализа систем массового обслуживания с ожиданием и потерями и программа для анализа данной системы, позволяющая получить основные стационарные характеристики системы данного типа. Также была представлена структурная схема алгоритма, подробно описан каждый из составляющих алгоритма блоков, приведена программная реализация представленного алгоритма и анализ полученных данных.

## **СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

1. Митрофанов, Ю. И. Анализ сетей массового обслуживания / Ю. И. Митрофанов. С.: Научная книга, 2004. 172 с.
2. Башарин, Г. П. Модели для анализа качества обслуживания в сетях связи следующего поколения / Г. П. Башарин, Ю. В. Гайдамака, К. Е. Самуйлов, Н. В. Яркина. М.: Российский университет дружбы народов, 2008. 137 с.
3. Гайдамака, Ю. В. Модели обслуживания вызовов в сети сотовой подвижной связи / Ю. В. Гайдамака, Э. Р. Зарипова, К. Е. Самуйлов. М.: Российский университет дружбы народов, 2008. 72 с.
4. Башарин, Г. П. Управление качеством и вероятностные модели функционирования сетей связи следующего поколения / Г. П. Башарин, Ю. В. Гайдамака, К. Е. Самуйлов, Н. В. Яркина. М.: Российский университет дружбы народов, 2008. 157с.
5. Новиков, О. А. Прикладные вопросы теории массового обслуживания / О. А. Новиков, С. И. Петухов. М.: Советское радио, 1969, 400 с.
6. Митрофанов, Ю. И. Анализ систем массового обслуживания: учеб.–метод. пособие / Ю. И. Митрофанов, Е. С. Рогачко, Н. П. Фокина. Саратов: Начальная книга, 2009. 59с.
7. Клейнрок, Л. Теория массового обслуживания / Л. Клейнрок. М.: Машиностроение, 1971. 432 с.
8. Гнеденко, Б. В. Элементарное введение в теорию вероятностей / Б. В. Гнеденко, А. Я. Хинчин М.: Наука, 1970. 168 с.
9. Колмогоров, А. Н. Введение в теорию вероятностей / А. Н. Колмогоров, И. Г. Журбенко, А. В. Прохоров. М.: Наука, 1982. 160 с.
10. Райгородский, А. М. Комбинаторика и теория вероятностей / А. М. Райгородский. М.: МФТИ, 2012. 109 с.
11. Гилберд, Ш. С# 4.0: Полное руководство/ Ш. Гилберт. М.: Вильямс, 2011. 1056 с.
12. Рихтер, Д. Программирование на С# / Д. Рихтер. М.: Русская редакция, 2008. 656 с.

13. Павский, В. А. Теория массового обслуживания: учебное пособие/ В. А. Павский. К.: Кемеровский технологический институт пищевой промышленности, 2008. 116 с.
14. Попов, В. И. Основы проектирования сотовых сетей мобильной связи: учебное издание / В. И. Попов, В. А. Скуднов. М.: Горячая линия – Телеком, 2017. 400с.
15. Карташевский, В. Г. Основы теории массового обслуживания: учебник для вузов / В. Г. Карташевский. М.: Горячая линия – Телеком, 2013. 130 с.
16. Тарасенко, Ф. П. Прикладной системный анализ/ Ф. П. Тарасенко. М.: Кнорус, 2010. 218 с.
17. Саати, Т. Л. Элементы теории массового обслуживания / Т. Л. Саати. М.: Советское радио, 1965. 510 с.
18. Бочаров, П. П. Теория массового обслуживания: Учебник / П. П. Бочаров, А. В. Печинкин. М.: Изд-во РУДН, 1995. 529 с.
19. Ивченко, Г. И. Теория массового обслуживания / Г. И. Ивченко. М.: Машиностроение, 1982. 375 с.
20. Гнеденко, Б. В. Введение в теорию массового обслуживания / Б. В. Гнеденко, И. Н. Коваленко. М.: Наука, ГРФМЛ, 1966.