

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра дискретной математики и  
информационных технологий

**ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ  
УСТОЙЧИВОСТИ КОМБИНИРОВАННЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ  
СИСТЕМ С ПОДДЕРЖИВАЮЩИМИ СЛОЯМИ СЖИМАЕМОЙ  
ЖИДКОСТИ**

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студента 2 курса 271 группы  
направления 09.04.01 — Информатика и вычислительная техника  
факультета КНиИТ  
Полякова Вячеслава Андреевича

Научный руководитель  
профессор, д. ф.-м. н. \_\_\_\_\_ Д. К. Андрейченко

Заведующий кафедрой  
к. ф-м. н., доцент \_\_\_\_\_ Л. Б. Тяпаев

Саратов 2018

## **ВВЕДЕНИЕ**

Целью работы является моделирование равновесных состояний и устойчивости на кривой подвижного равновесия цилиндрического гидродинамического подвеса с учетом сжимаемости жидкости в поддерживающем слое, а также исследование эффективности реализации данного класса задач на современных параллельных вычислительных архитектурах.

Для достижения данной цели ставятся следующие задачи:

1. Разработка алгоритмов численного моделирования устойчивости цилиндрического гидродинамического подвеса с учетом сжимаемости поддерживающего слоя;
2. разработка методов асимптотического интегрирования соответствующих линейных краевых задач с целью сокращения асимптотической сложности алгоритмов моделирования устойчивости подвеса;
3. компьютерное моделирование равновесного состояния системы;
4. компьютерное моделирование устойчивости подвеса;
5. исследование эффективности распараллеливания вычислений на основе многопоточности, стандартных средств технологии параллельного программирования OpenMP и многопоточных библиотек поддержки высокопроизводительных вычислений.

Новизна настоящей работы заключается в том, что ранее модель подвеса рассматривалась без учета сжимаемости жидкости, а в этой работе данное условие учтено.

Магистерская работа состоит из введения, трех глав, заключения, списка использованных источников и пяти приложений. Объем работы 126 страниц. Работа содержит 13 рисунков и одну таблицу. Список литературы включает 20 наименований. Названия глав:

Глава 1. Математическая модель цилиндрического гидродинамического подвеса.

Глава 2. Моделирование устойчивости.

Глава 3. Разработка приложения для моделирования устойчивости.

## **1 Основное содержание работы**

Введение содержит в себе основные положения работы.

В первой главе рассмотрена математическая модель цилиндрического гидродинамического подвеса с поддерживающим слоем слабо сжимаемой жидкости. Данная информация разделена на логически завершенные части следующим образом.

- В первом разделе «Математическая модель цилиндрического гидродинамического подвеса» вводится в рассмотрение комбинированную динамическую модель цилиндрического гидродинамического подвеса. Полагаем, что внешний цилиндр радиуса  $R_1$  (рис. 1) вращается с угловой скоростью  $\omega_1$ , внутренний цилиндр радиуса  $R_2$  — с  $\omega_2$ . Длина цилиндра  $L$  значительно больше радиуса  $R_2$ , т.е.  $L \gg R_2$ . Между цилиндрами залит слой вязкой слабо сжимаемой жидкости. Внешний цилиндр движется с абсолютным ускорением  $a$ . Движение жидкости между цилиндрами считаем ламинарным. Связем с центрами внешнего и внутреннего цилин-

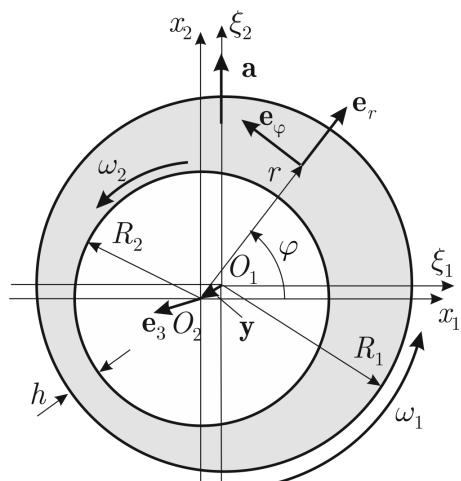


Рисунок 1 – Расчетная схема

дров поступательно движущиеся системы координат  $O_1\xi_1\xi_2$  и  $O_2x_1x_2$ . Центр внутреннего цилиндра смещен относительно центра внешнего цилиндра на величину  $\mathbf{y} = (y_1, y_2)^T$ , заданную своими проекциями на оси систем координат  $O_1\xi_1\xi_2$  или  $O_2x_1x_2$ . Введем также связанную с системой координат  $O_2x_1x_2$  цилиндрическую систему координат  $(r, \varphi)$  ( $x_1 = r \cos \varphi$ ,  $x_2 = r \sin \varphi$ ), единичные касательные векторы к координатным линиям которой, заданные своими проекциями на оси системы координат  $O_2x_1x_2$ , определяются выражениями  $\vec{e}_r = (\cos \varphi, \sin \varphi)^T$ ,

$\vec{e}_\varphi = (-\sin \varphi, \cos \varphi)^T$ , причем  $\frac{\partial \vec{e}_r}{\partial \varphi} = \vec{e}_\varphi$ ,  $\frac{\partial \vec{e}_\varphi}{\partial \varphi} = -\vec{e}_r$ .

- Во втором разделе «Уравнения подвижного равновесия и возмущенного движения» приведены соответствующие уравнения и дано определение асимптотической устойчивости подвеса.
- В третьем разделе «Преобразование уравнений равновесного состояния к новым независимым переменным» приведены уравнения равновесного состояния в преобразованной системе координат:

$$(\xi, \varphi) \rightarrow (x, \varphi), x = \frac{\xi}{h}$$

$$\frac{\partial}{\partial} = \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial x}; \frac{\partial}{\partial \varphi}|_\xi = \frac{\partial}{\partial \varphi}|_x - \frac{x}{h} \frac{\partial h}{\partial \varphi} \frac{\partial}{\partial x};$$

- В четвертом разделе «Преобразование линейных вспомогательных краевых задач к новым независимым переменным» приведены уравнения вспомогательных краевых задач в преобразованной системе координат:

$$(\xi, \varphi) \rightarrow (x, \varphi), x = \frac{\xi}{h}$$

$$\frac{\partial}{\partial} = \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial x}; \frac{\partial}{\partial \varphi}|_\xi = \frac{\partial}{\partial \varphi}|_x - \frac{x}{h} \frac{\partial h}{\partial \varphi} \frac{\partial}{\partial x};$$

Во второй главе приведен алгоритм моделирования устойчивости цилиндрического гидродинамического подвеса. Данная информация разделена на логически завершенные части следующим образом.

- В первом разделе «Численное моделирование состояния подвижного равновесия при малых и умеренных значениях колебательного числа Рейнольдса» выведено, что численное моделирование равновесного состояния сводится к численному решению системы нелинейных уравнений  $\vec{F}(\vec{Y}) = 0$ , где:

$$\vec{F}: \mathbb{R}^{N_Y} \rightarrow \mathbb{R}^{N_Y}, N_Y = 3 + (N_x + 3)(2N_\varphi + 1) + 2N_\varphi; \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \vec{Y} = & (y_1, y_2, \omega, ReV_{\varphi_{nk}}, n = 0, 1, \dots, N_x + 2, k = 0, 1, \dots, n_\varphi; ImV_{\varphi_{nk}}, \\ & n = 0, 1, \dots, N_x + 2, k = 1, 2, \dots, n_\varphi, Rep_k, k = 1, 2, \dots, n_\varphi; \\ & Imp_k, k = 1, 2, \dots, n_\varphi)^T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\vec{F} = & \left( -\pi \left( \frac{\rho_2}{\rho_0} - 1 \right) \gamma(g - a_0) + \int_0^{2\pi} \left( -p|_{x=0} \vec{e}_r + \frac{\beta}{\sigma h} \frac{\partial V_\varphi}{\partial x} \vec{e}_\varphi \right) d\varphi \right. \\
& 2\pi\beta\omega + \int_0^{2\pi} \frac{1}{h} \frac{\partial v_\varphi}{\partial x}|_{x=0} d\varphi, \\
& \int_0^{2\pi} (V_\varphi|_{x=0} + \omega) e^{ik\varphi} d\varphi, \int_0^{2\pi} (V_\varphi|_{x=1} - \beta \vec{y} \vec{e}_r) e^{ik\varphi} d\varphi, k = \overline{-N_\varphi, N_\varphi}; \\
& \int_0^{2\pi} e^{\pm ik\varphi} d\varphi \left( h \int_0^1 V_\varphi dx - (1 + \beta h) \vec{y} \vec{e}_r \right), k = \overline{1, N_\varphi}; \\
& \int_0^{2\pi} d\varphi e^{ik\varphi} \int_0^1 dx T_n(2x - 1) \left[ \frac{1}{1 + \beta h x} \left( \frac{\partial p}{\partial \varphi} - x \frac{\partial h}{\partial \varphi} \mathbb{F}_r [\vec{V}] \right) \right] + \\
& + \mathbb{F}_\varphi [\vec{V}], n = \overline{0, N_x}, k = \overline{-N_\varphi, N_\varphi} \Big)^T
\end{aligned} \tag{2}$$

- Во втором разделе «Численное интегрирование линейных вспомогательных краевых задач при умеренных и средних значениях  $\lambda$ » приведены линейные вспомогательные краевые задачи после численного интегрирования и их влияние на условие устойчивости подвеса.
- Во третьем разделе «Асимптотическое интегрирование линейных вспомогательных краевых задач для сверхвысоких частот» полагаем, что  $\lambda$  лежит в правой комплексной полуплоскости и вблизи мнимой оси, далее линейные вспомогательные краевые задачи рассматриваются относительно данного предположения.
- Во четвертом разделе «Асимптотическое интегрирование (25) - (27) при  $|\lambda| \gg 1$  в области средних частот» уравнения из третьего раздела приводятся к уравнению Гельмгольца относительно давления и производится вывод граничных условий для уравнения Гельмгольца.
- Во пятом разделе «Численное решение вспомогательных краевых задач для уравнения Гельмгольца» приведен алгоритм решения краевых задач численно.
- Во шестом разделе «Особенности реализации метода Ньютона при чис-

ленном моделировании равновесного состояния» приведен алгоритм вычисления матрицы Якоби для метода Ньютона.

Система нелинейных уравнений (1) решается численно методом Ньютона с ограничением на величину шага метода, связанным с исключением возможности пересечения поверхностей внутреннего и внешнего цилиндров из-за неоправданно большой величины шага метода. При этом наибольшая трудоемкость связана с вычислением матрицы Якоби  $\frac{\partial \vec{F}(\vec{Y})}{\partial \vec{Y}}$ , которую можно находить с меньшей точностью чем величины (2). Следовательно, при её решении можно априорно отбросить некоторые малые слагаемые порядка  $\frac{1}{c_{ac}^2}$  и  $\beta^2$ , что радикально сокращает трудоемкость алгоритма.

Пусть  $S \in \mathbb{R}$  - некоторый параметр,  $\hat{()}) = \frac{\partial ()}{\partial S}$ . Тогда:

$$\begin{aligned}\widehat{\vec{Y}} = & (\widehat{y}_1, \widehat{y}_2, \widehat{\omega}, Re\widehat{V}_{\varphi_{nk}}, n = 0, 1, \dots, N_x + 2, k = 0, 1, \dots, n_\varphi; Im\widehat{V}_{\varphi_{nk}}, \\ & n = 0, 1, \dots, N_x + 2, k = 1, 2, \dots, n_\varphi, Re\widehat{p}_k, k = 1, 2, \dots, n_\varphi; \\ & Im\widehat{p}_k, k = 1, 2, \dots, n_\varphi)^T\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\widehat{V}_\varphi(x, \varphi) = & \sum_{n=0}^{N_x+2} \sum_{k=-N_\varphi}^{N_\varphi} \widehat{V}_{\varphi_{nk}} T_n(2x - 1) e^{ik\varphi}, \widehat{V}_{\varphi_{n,-k}} = \widehat{V}_{\varphi_{n,k}}; \\ \widehat{p}|_{x=0} = & \sum_{k=1}^{N_\varphi} (\widehat{p}_k e^{ik\varphi} + \widehat{p}_{-k} e^{-ik\varphi}), p_{-k} = p_k; \\ \widehat{V}_r = & (1 - \beta \widehat{h}x) \left[ x V_\varphi \frac{\partial h}{\partial \varphi} - \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( h \int_0^x V_\varphi dx \right) \right] + \\ & + (1 - \beta h x) \left[ x \left( \widehat{V}_\varphi \frac{\partial h}{\partial \varphi} + V_\varphi \frac{\partial \widehat{h}}{\partial \varphi} \right) - \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \widehat{h} \int_0^x V_\varphi dx + h \int_0^x \widehat{V}_\varphi dx \right) \right]; \\ \widehat{\vec{V}} = & \beta \widehat{V}_r e_R + \widehat{V}_\varphi \vec{e}_\varphi\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\widehat{\mathbb{F}} \left[ \widehat{\vec{V}}, \vec{V} \right] &= \beta \frac{\partial \widehat{V}_r}{\partial \varphi} \vec{e}_r + \frac{\partial \widehat{V}_\varphi}{\partial \varphi} \vec{e}_\varphi + 2 \vec{e}_3 \times \widehat{\vec{V}} + \frac{1}{2} \widehat{\nabla} (\vec{V}^2) + \nabla (\widehat{\vec{V}} \vec{V}) - \widehat{\vec{V}} \times (\nabla \times \vec{V}) - \\
&- \vec{V} \times (\widehat{\nabla} \times \vec{V}) - \vec{V} \times (\nabla \vec{V}) + \\
&\frac{\beta^2}{\sigma} \left( \widehat{\nabla} \times (\nabla \times \vec{V}) + \nabla \times (\widehat{\nabla} \times \vec{V}) + \nabla \times (\nabla \times \widehat{\vec{V}}) \right) = \\
&= \widehat{\mathbb{F}}_r \left[ \widehat{\vec{V}}, \vec{V} \right] e_r + \widehat{\mathbb{F}}_\varphi \left[ \widehat{\vec{V}}, \vec{V} \right] e_\varphi; \\
\widehat{p} &= \widehat{p}|_{x=0} - \beta \left( \widehat{h} \int_0^x \mathbb{F}_r \left[ \vec{V} \right] dx + h \int_0^x \widehat{\mathbb{F}}_r \left[ \widehat{\vec{V}}, \vec{V} \right] dx \right); \\
\widehat{\vec{F}} &= \left( \int_0^{2\pi} \left( -p|_{x=0} \vec{e}_r + \frac{\beta}{\sigma} \left( -\frac{\widehat{h}}{h^2} \frac{\partial V_\varphi}{\partial x}|_{x=0} + \frac{1}{h} \frac{\partial \widehat{V}_\varphi}{\partial x}|_{x=0} \right) \vec{e}_\varphi \right) d\varphi \right) d\varphi; \\
2\pi\beta\widehat{\omega} &+ \int_0^{2\pi} \left( -\frac{\widehat{h}}{h^2} \frac{\partial V_\varphi}{\partial x}|_{x=0} + \frac{1}{h} \frac{\partial \widehat{V}_\varphi}{\partial x}|_{x=0} \right) d\varphi; \\
\int_0^{2\pi} \left( \widehat{V}_\varphi|_{x=0} + \widehat{\omega} \right) e^{ik\varphi} d\varphi, \int_0^{2\pi} \left( \widehat{V}_\varphi|_{x=1} - \beta \vec{y} \vec{e}_r \right) e^{ik\varphi} d\varphi, k &= \overline{-N_\varphi, N_\varphi}; \\
\int_0^{2\pi} e^{\pm ik\varphi} d\varphi \left( \widehat{h} \int_0^1 V_\varphi dx + h \int_0^1 \widehat{V}_\varphi dx - \beta \widehat{h} \vec{y} \vec{e}_r - (1 + \beta h) \widehat{\vec{y}} \vec{e}_r \right), k &= \overline{1, N_\varphi}; \\
\int_0^{2\pi} d\varphi e^{ik\varphi} \int_0^1 dx T_n(2x - 1) \left[ (1 - \beta \widehat{h} x) \left( \frac{\partial p}{\partial \varphi} - x \frac{\partial h}{\partial \varphi} \mathbb{F}_r \left[ \vec{V} \right] \right) + \right. \\
&\left. + (1 - \beta h x) \left( \frac{\partial \widehat{p}}{\partial \varphi} - x \left( \frac{\partial \widehat{h}}{\partial \varphi} \mathbb{F}_r \left[ \vec{V} \right] + \frac{\partial h}{\partial \varphi} \widehat{\mathbb{F}}_r \left[ \widehat{\vec{V}}, \vec{V} \right] \right) \right) + \widehat{\mathbb{F}}_\varphi \left[ \widehat{\vec{V}}, \vec{V} \right] \right], \\
n &= \overline{0, N_\varphi}, k = \overline{-N_\varphi, N_\varphi}^T
\end{aligned} \tag{3}$$

Если теперь формально полагать  $\widehat{\vec{Y}} = (\delta_k^1, \delta_k^2, \dots, \delta_k^{N_Y})$  — символ Кронекера то согласно (3) величина  $\widehat{\vec{F}}$  будет представлять собой  $k$ -й столбец матрицы Якоби  $\frac{\partial \vec{F}(\partial \vec{Y})}{\partial \vec{Y}}$ .

В третьей главе приведено описание разработанного приложения и результаты его работы. Информация приведена следующим образом.

- В первом разделе «Описание приложения» приведена асимптотическая

трудоемкость алгоритма, основные использованные библиотеки при разработке и список реализованного функционала:

1. Класс для работы с отрезками тригонометрических рядов Фурье  $2 * \pi$ -периодических функций. Внутри данного класса реализован следующий функционал:
  2. Класс для работы с ортогональными полиномами Чебышева 1-го рода. Внутри данного класса реализован следующий функционал:
  3. Векторные операции:
  4. Вычисление векторов  $\vec{F}$  и  $\hat{\vec{F}}$
  5. Метод Ньютона – итерационный метод нахождения корня функции.
- Во втором разделе «Моделирование равновесного состояния» приведены графики зависимостей  $y_1(\sigma)$  и  $y_2(\sigma)$ , вычисленных при помощи метода Ньютона, а также по формулам из [5]. Представлены случаи слабонагруженного ( $\beta = 0.1, \gamma = \frac{2.463}{\sigma^2}$ ), средненагруженного ( $\beta = 0.1, \gamma = \frac{24.63}{\sigma^2}$ ), перегруженного ( $\beta = 0.143, \gamma = \frac{132.46}{\sigma^2}$ ) подвесов с легким внутренним телом  $\frac{\rho_2}{\rho_0} = 0.594, J = 0.5, c_a c^* = \frac{2.14 \cdot 10^5}{\sigma}$ . Хорошее совпадение результатов наблюдается при  $\sigma > 20$ . Приведенные результаты позволяют судить о быстром центрировании внутреннего тела и убывании скольжения  $\omega$  с ростом колебательного числа Рейнольдса  $\sigma$ .
  - В третьем разделе «Моделирование устойчивости подвеса» приведены результаты моделирования устойчивости подвеса для различных входных параметров.
  - Во четвертом разделе «Эффективность распараллеливания вычислений» приведены результаты работы параллельной программы для моделирования устойчивости подвеса.

Таблица 1 – Результаты тестов

Номер теста	Время в 1 потоке	Время в 2 потоках	Время в 4 потоках	Время в 8 потоках
1	239.13 с	118.34 с	88.95 с	45.21 с
2	244.51 с	115.72 с	87.04 с	47.95 с
3	241.42 с	121.77 с	90.24 с	48.18 с
4	235.66 с	120.42 с	85.68 с	42.49 с
5	237.57 с	119.07 с	91.53 с	46.64 с
6	241.83 с	117.39 с	89.97 с	43.70 с

Таблица 2 – Результаты тестов

7	238.65 с	122.03 с	84.17 с	48.66 с
8	245.01 с	121.68 с	89.85 с	44.19 с
9	244.92 с	123.61 с	89.30 с	46.91 с
10	245.97 с	120.73 с	85.44 с	47.81 с
11	242.61 с	115.01 с	89.27 с	42.94 с
12	238.47 с	122.85 с	84.86 с	43.17 с
13	243.13 с	117.28 с	89.33 с	46.16 с
14	241.77 с	119.84 с	87.51 с	44.58 с
15	237.63 с	127.16 с	88.63 с	42.81 с
16	236.59 с	123.66 с	83.71 с	41.92 с
17	243.97 с	121.21 с	93.63 с	47.94 с
18	244.13 с	122.57 с	91.38 с	43.74 с
19	241.74 с	119.37 с	90.52 с	44.84 с
20	238.36 с	117.73 с	85.82 с	42.36 с
20	243.58 с	122.62 с	94.62 с	47.71 с
21	246.67 с	123.92 с	89.61 с	44.38 с
22	241.46 с	120.52 с	93.27 с	42.95 с
23	237.13 с	119.99 с	88.71 с	47.92 с
24	239.74 с	118.27 с	89.27 с	43.73 с
25	238.36 с	126.34 с	87.94 с	44.58 с

По результатам тестов видно, что максимально достигается ускорение работы программы в 5 раз.

В приложении А приведен листинг кода класса для работы с рядами Фурье.

В приложении Б приведен листинг кода класса для работы с полиномами Чебышева.

В приложении В приведен листинг кода для векторных операций.

В приложении Г приведен листинг кода для вычисления векторов  $\vec{F}$  и  $\hat{\vec{F}}$ .

В приложении Д приведен листинг кода для метода Ньютона.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Целью работы было моделирование равновесных состояний и устойчивости на кривой подвижного равновесия цилиндрического гидродинамического подвеса с учетом сжимаемости жидкости в поддерживающем слое, а также исследование эффективности реализации данного класса задач на современных параллельных вычислительных архитектурах.

Для достижения данной цели были решены следующие задачи:

1. Разработка алгоритмов численного моделирования устойчивости цилиндрического гидродинамического подвеса с учетом сжимаемости поддерживающего слоя;
2. разработка методов асимптотического интегрирования соответствующих линейных краевых задач с целью сокращения асимптотической сложности алгоритмов моделирования устойчивости подвеса;
3. компьютерное моделирование равновесного состояния системы;
4. компьютерное моделирование устойчивости подвеса;
5. исследование эффективности распараллеливания вычислений на основе многопоточности, стандартных средств технологии параллельного программирования OpenMP и многопоточных библиотек поддержки высокопроизводительных вычислений.

В результате, цели работы были достигнуты. Результаты данной работы показывают, что при распараллеливании можно достичь ускорения работы алгоритма моделирования устойчивости подвеса примерно в 5 раз.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 *Андрейченко, Д. К.* К теории комбинированных динамических систем / Д. К. Андрейченко, К. П. Андрейченко // *Изв. РАН. Теория и системы управления*. — 2000. — С. 54–69.
- 2 *Андрейченко, Д. К.* Моделирование, анализ и синтез комбинированных динамических систем. Учебное пособие / Д. К. Андрейченко, К. П. Андрейченко. — Саратов: Издательский Дом «Райт-Экспо», 2013.
- 3 *Портенко, М. С.* Условия аналитичности характеристического и возмущающих квазимногочленов комбинированных динамических систем / М. С. Портенко, Д. В. Мельничук, Д. К. Андрейченко // *Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер.* — 2016. — Т. 16, № 2. — С. 208–217.
- 4 *Ким, Д. П.* Теория автоматического управления. Т. 1. Линейные системы / Д. П. Ким. — М: ФИЗМАТЛИТ, 2003.
- 5 *Андрейченко, Д. К.* К теории устойчивости цилиндрического гидродинамического подвеса / Д. К. Андрейченко, К. П. Андрейченко // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа*. — 2009. — № 2. — С. 13–26.
- 6 *Андрейченко, Д. К.* К устойчивости системы угловой стабилизации вращающегося упругого стержня под действием продольного ускорения / Д. К. Андрейченко, К. П. Андрейченко, В. В. Кононов // *Изв. РАН. Теория и системы управления*. — 2013. — № 5. — С. 12–25.
- 7 *Андрейченко, Д. К.* Mpri-реализация параметрического синтеза в задаче о стабилизации перевернутого маятника / Д. К. Андрейченко, К. П. Андрейченко, Д. В. Мельничук // *Доклады Академии военных наук*. — 2014. — № 3. — С. 62–70.
- 8 *Велиев, В. М.* О влиянии сжимаемости на передаточные функции поддерживающего слоя жидкости в высокочастотной области / В. М. Велиев, Д. К. Андрейченко // *Доклады Академии военных наук*. — 2015. — № 2. — С. 30–36.
- 9 *Андрейченко, Д. К.* К теории стабилизации спутников с упругими стержнями / Д. К. Андрейченко, К. П. Андрейченко // *Изв. РАН. Теория и системы управления*. — 2004. — № 6. — С. 150–163.

- 10 *Андрейченко, Д. К.* Динамический анализ и выбор параметров модели гироскопического интегратора линейных ускорений с плавающей платформой / Д. К. Андрейченко, К. П. Андрейченко // *Изв. РАН. Теория и системы управления*. — 2008. — № 4. — С. 76–89.
- 11 *Андрейченко, К. П.* Динамика поплавковых гироскопов и акселерометров / К. П. Андрейченко. — М: Машиностроение, 1987.
- 12 *Андрейченко, К. П.* Устойчивость цилиндрического гидродинамического подвеса / К. П. Андрейченко // *Изв. АН СССР. МТТ*. — 1975. — № 5. — С. 32–39.
- 13 ConcurrencyRuntime. [Электронный ресурс]. — URL: <http://msdn.microsoft.com/ru-ru/library/dd504870.aspx> (Дата обращения 12.10.2016). Загл. с экрана.
- 14 *Andreichenko, D. K.* Dynamic balancing of computing load in highly parallel problem solving / D. K. Andreichenko, D. K. Melnichuk, A. A. Eroftiev // *Радіоелектронні комп’ютерні системи*. — 2016. — no. 4. — Pp. 179–185.
- 15 *Андрейченко, Д. К.* Распараллеливание параметрического синтеза по схеме «портфель задач» на основе технологии mpi / Д. К. Андрейченко, А. А. Ерофтиев, Д. В. Мельничук // *Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер.* — 2015. — Т. 15, № 2. — С. 222–228.
- 16 *Гергель, В. П.* Высокопроизводительные вычисления для многопроцессорных многоядерных систем / В. П. Гергель. — М: Изд-во Моск. ун-та, 2010.
- 17 *Гергель, В. П.* Теория и практика параллельных вычислений / В. П. Гергель. — М: Интернет-Ун-т Информ. Технологий: БИНОМ. Лаб. знаний, 2010.
- 18 *Эндрюс, Г. Р.* Основы многопоточного, параллельного и распределённого программирования / Г. Р. Эндрюс. — СПб: Киев : Вильямс, 2003.
- 19 *Андрейченко, К. П.* К устойчивости цилиндрического гидродинамического подвеса с учетом сжимаемости поддерживающего слоя / К. П. Андрейченко, В. М. Велиев // *Доклады Академии военных наук*. — 2013. — № 3. — С. 25–32.

- 20 OpenMP Application Program Interface. Version 4.5 - November 2015.  
[Электронный ресурс]. — URL: <http://www.openmp.org/mp-documents/openmp-4.5.pdf> (Дата обращения 12.10.2016). Загл. с экрана.