

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра электроники, колебаний и волн

**Исследование взаимодействия и группировки двух ленточных
электронных потоков**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студента 4 курса 421 группы
специальности 03.03.03 «Радиофизика»
факультета нелинейных процессов

Зимарина Вячеслава Александровича

Научный руководитель
доцент, к.ф.-м.н.

Г.М. Вдовина

Заведующий кафедрой
электроники, колебаний и волн,
член –корр. РАН, д.ф.-м.н., профессор

Д.И. Трубецков

Саратов 2018

Введение

В последнее время многие исследователи стали проявлять интерес к такому классическому явлению в СВЧ электронике как двухпотоковая неустойчивость, а также к двухлучевым модификациям различных приборов данного диапазона. Данный вывод обусловлен рядом обзорных статей, опубликованных в последнее время¹.

В связи с этим, далее будет построена последовательная линейная теории взаимодействия двух электронных потоков методом последовательных приближений и методом дисперсионного уравнения.

Целью данной работы является исследование взаимодействия и группировки двух ленточных электронных потоков в приближении заданного поля и ознакомление с явлением двухпотоковой неустойчивости, проявляющейся в подобных системах. При рассмотрении учитывается влияние поля пространственного заряда, а также фокусирующего магнитного поля конечной величины. В задачу входит построение линейной теории взаимодействия двух потоков электронов методом дисперсионного уравнения и методом последовательных приближений. Для сравнения будут построены дисперсионные характеристики для системы с одним электронным потоком.

¹ А.В. Титов Изв. вузов «ПНД», т. 24, № 2, 2016.

Линейная теория взаимодействия двух электронных потоков в рамках двумерной теории

Бесконечно тонкий электронный поток движется в однородном магнитном поле с индукцией $\beta_0 = \beta_x = const$, направленном вдоль положительного направления оси x , со скоростью V_0 .

В качестве исходного уравнения используется уравнение движения электронов:

$$\frac{d^2\tilde{r}}{dt^2} = \eta \bar{E} + \eta \left[\frac{d\tilde{r}}{dt} \bar{B} \right] \quad (1.1)$$

\tilde{r} - высокочастотное смещение электрона,

\bar{E} - вектор напряженности поля,

$\eta = e/m$, e и m – заряд и нерелятивистская масса электрона

В рамках двумерной теории с использованием исходного уравнения, система уравнений движения может быть представлена в виде:

$$\begin{cases} \frac{d^2\tilde{x}}{dt^2} = \eta E_{x_{nz}} \\ \frac{d^2\tilde{y}}{dt^2} = \omega_c \frac{d\tilde{z}}{dt} \eta E_{y_{nz}} \\ \frac{d^2\tilde{z}}{dt^2} = -\omega_c \frac{d\tilde{y}}{dt} \end{cases} \quad (1.2)$$

$\omega_c = \eta B$ – циклотронная частота,

$E_{x_{nz}}, E_{y_{nz}}$ – компоненты суммарного поля пространственного заряда.

Для построения линейной теории взаимодействия двух потоков электронов воспользуемся системой уравнений (1.2) с добавлением второго пучка. Второй пучок имеет скорость, немного отличающуюся от скорости первого, и движется параллельно ему. Для определения тока двух пучков, воспользуемся системой уравнений движения электронов с учётом пространственного заряда:

$$\begin{cases} \frac{d^2 \tilde{x}_1}{dt^2} = \eta E_{xn3} \\ \frac{d^2 \tilde{y}_1}{dt^2} = \omega_c \frac{d\tilde{z}_1}{dt} \eta E_{yn3} \\ \frac{d^2 \tilde{z}_1}{dt^2} = -\omega_c \frac{d\tilde{y}_1}{dt} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{d^2 \tilde{x}_2}{dt^2} = \eta E_{xn3} \\ \frac{d^2 \tilde{y}_2}{dt^2} = \omega_c \frac{d\tilde{z}_2}{dt} \eta E_{yn3} \\ \frac{d^2 \tilde{z}_2}{dt^2} = -\omega_c \frac{d\tilde{y}_2}{dt} \end{cases} \quad (1.3)$$

Будем считать, что

$$\begin{aligned} E_{xn3} &= E_{xn31} + E_{xn32} \\ E_{yn3} &= E_{yn31} + E_{yn32} \end{aligned} \quad (1.4)$$

Тогда можно записать:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \tilde{x}_1}{\partial t^2} + 2V_{01} \frac{\partial^2 \tilde{x}_1}{\partial x \partial t} + V_{01}^2 \frac{\partial^2 \tilde{x}_1}{\partial x^2} = \eta E_{xn3} \\ \frac{\partial^2 \tilde{y}_1}{\partial t^2} + 2V_{01} \frac{\partial^2 \tilde{y}_1}{\partial x \partial t} + V_{01}^2 \frac{\partial^2 \tilde{y}_1}{\partial x^2} = -\omega_c^2 \tilde{y}_1 + \eta E_{yn3} \\ \frac{\partial^2 \tilde{x}_2}{\partial t^2} + 2V_{01} \frac{\partial^2 \tilde{x}_2}{\partial x \partial t} + V_{01}^2 \frac{\partial^2 \tilde{x}_2}{\partial x^2} = \eta E_{xn3} \\ \frac{\partial^2 \tilde{y}_2}{\partial t^2} + 2V_{01} \frac{\partial^2 \tilde{y}_2}{\partial x \partial t} + V_{01}^2 \frac{\partial^2 \tilde{y}_2}{\partial x^2} = -\omega_c^2 \tilde{y}_2 + \eta E_{yn3} \end{cases} \quad (1.5)$$

Запишем выражения для составляющих поля пространственного заряда

$$\begin{aligned} E_{xn31} &= -\omega_{p1}^2 \frac{\square_1}{2\eta} \frac{\partial \tilde{y}_1}{\partial x} g_1 - 2j\omega_{p1}^2 \frac{\square_1}{2\eta} \frac{\partial \tilde{x}_1}{\partial x} g_{1x} \\ E_{xn32} &= -\omega_{p2}^2 \frac{\square_2}{2\eta} \frac{\partial \tilde{y}_2}{\partial x} g_2 - 2j\omega_{p2}^2 \frac{\square_2}{2\eta} \frac{\partial \tilde{x}_2}{\partial x} g_{2x} \\ E_{yn31} &= \omega_{p1}^2 \frac{\square_1}{2\eta} \frac{\partial \tilde{x}_1}{\partial x} g_1 - 2j\omega_{p1}^2 \frac{\square_1}{2\eta} \frac{\partial \tilde{y}_1}{\partial x} g_{1y} \\ E_{yn32} &= \omega_{p2}^2 \frac{\square_2}{2\eta} \frac{\partial \tilde{x}_2}{\partial x} g_2 - 2j\omega_{p2}^2 \frac{\square_2}{2\eta} \frac{\partial \tilde{y}_2}{\partial x} g_{2y} \end{aligned} \quad (1.6)$$

$\omega_{p1,2}^2 = \frac{\eta\sigma_0}{\epsilon_0\Delta_{1,2}}$ – квадрат плазменной частоты, σ_0 – поверхностная

плотность заряда, ϵ_0 – электрическая постоянная.

Линейная теория взаимодействия двух электронных потоков в рамках двумерной теории (метод дисперсионного уравнения)

Для получения дисперсионной характеристики системы с двумя электронными потоками, воспользуемся системой уравнений характеризующих бесконечно тонкий ленточный электронный поток с учётом полученных выражений для компонент напряженности поля пространственного заряда уравнение примет вид:

$$D(S) = \begin{vmatrix} -((\beta - \beta_{el})^2 + \beta \beta_{pl}^2 \Delta_1 g_{1x}) & -j\beta \beta_{pl}^2 \frac{\square_1}{2} g_1 & \beta S^2 \beta_{p2}^2 \square_2 g_{2x} & -j\beta S^2 \beta_{p2}^2 \frac{\square_2}{2} g_2 \\ j\beta \beta_{pl}^2 \frac{\square_1}{2} g_1 & -((\beta - \beta_{el})^2 + \beta \beta_{pl}^2 \Delta_1 g_{1y} + \beta_{cl}^2) & j\beta S^2 \beta_{p2}^2 \frac{\square_2}{2} g_2 & -\beta S^2 \beta_{p2}^2 \square_2 g_{2y} \\ \beta \frac{\beta_{pl}^2}{S^2} \Delta_1 g_{1x} & -j\beta \frac{\beta_{pl}^2}{S^2} \frac{\square_1}{2} g_1 & -((\beta - \beta_{el})^2 - \beta \beta_{p2}^2 \square_2 g_{2x}) & j\beta \beta_{p2}^2 \frac{\square_2}{2} g_2 \\ j\beta \frac{1}{S^2} \beta_{pl}^2 \frac{\square_1}{2} g_1 & -\beta \frac{1}{S^2} \beta_{pl}^2 \Delta_1 g_{1y} & j\beta \beta_{p2}^2 \frac{\square_2}{2} g_2 & -((\beta - \beta_{el})^2 + \beta \beta_{p2}^2 \square_2 g_{2x} - \beta_{cl}^2) \end{vmatrix} = 0 \quad (1.7)$$

Выражение (1.7) является дисперсионной характеристикой системы с двумя электронными потоками. В силу его громоздкости, расписывать определитель полностью не будем. Как видно, оно представляет собой уравнение восьмого порядка.

Один электронный поток

Для построения теории для системы с одним электронным потоком, будем считать, что ($S=0$). С использованием выражения (1.7) можем получить дисперсионное уравнение для системы с один потоком:

$$((\beta - \beta_{el})^2 + \beta \beta_{pl}^2 \square_1 g_{1x}) * ((\beta - \beta_{el})^2 + \beta \beta_{pl}^2 \square_1 g_{1y} + \beta_{cl}^2) = 0 \quad (1.8)$$

Проведём сравнение результатов, полученных на основе метода дисперсионных уравнений. Для этого построим дисперсионные характеристики по полученным уравнениям.

Построение проводилось при следующих значениях параметров:

$$U_1 = 800 \text{ В},$$

$$U_2 = 2400 \text{ В},$$

$$\omega_{p1} = \omega_{p2} = 1.256 * 10^9 \text{ Гц},$$

$$\omega_0 = 1.88 * 10^{10} \text{ Гц}$$

Увеличение индукции магнитного поля приводит к тому, что область «циклотронной» двухпотоковой неустойчивости сдвигается вправо по оси абсцисс, что можно увидеть на рис. 1.1-1.3.

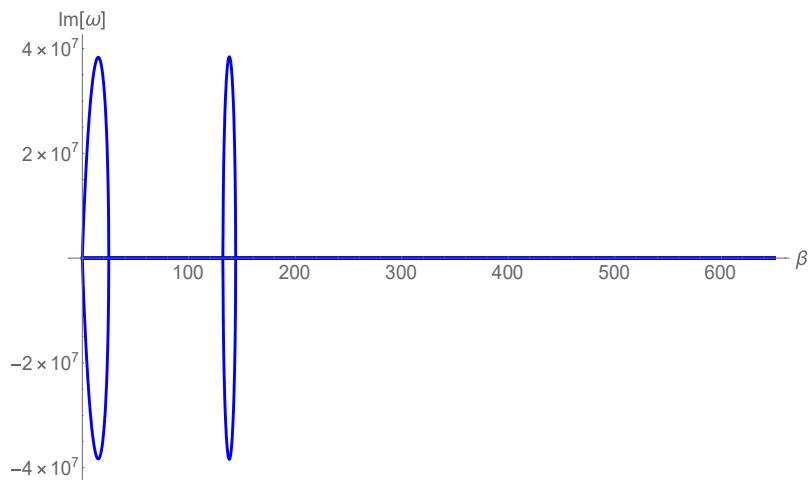
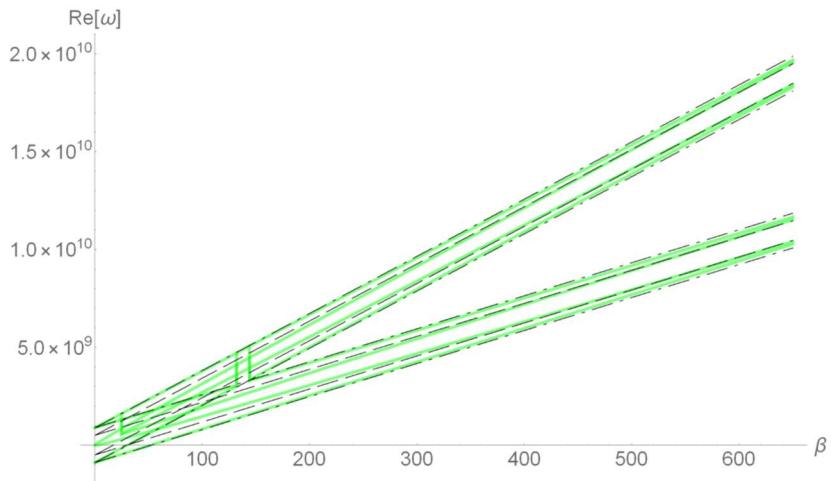


Рис 1.1 Дисперсионная характеристика системы с двумя электронными потоками ($B = 0.005$ Тл).

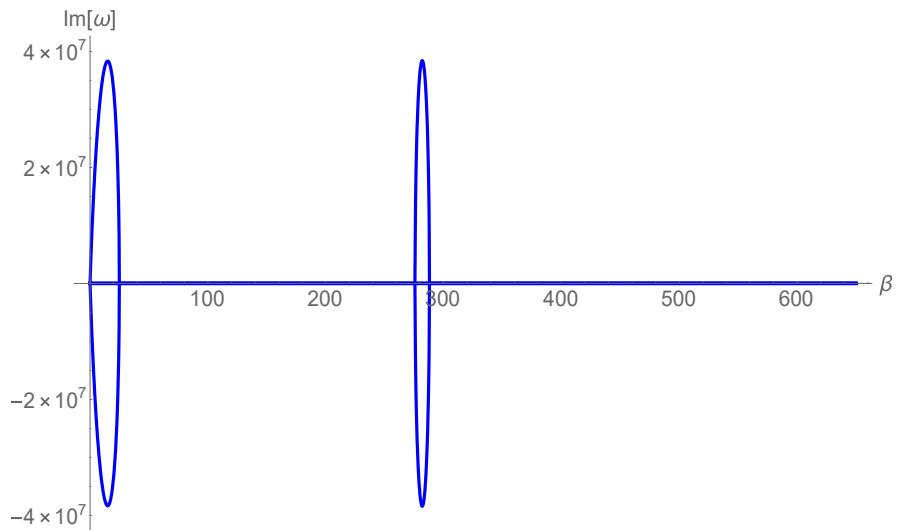


Рис 1.2 Дисперсионная характеристика системы с двумя электронными потоками ($B = 0.01$ Тл).

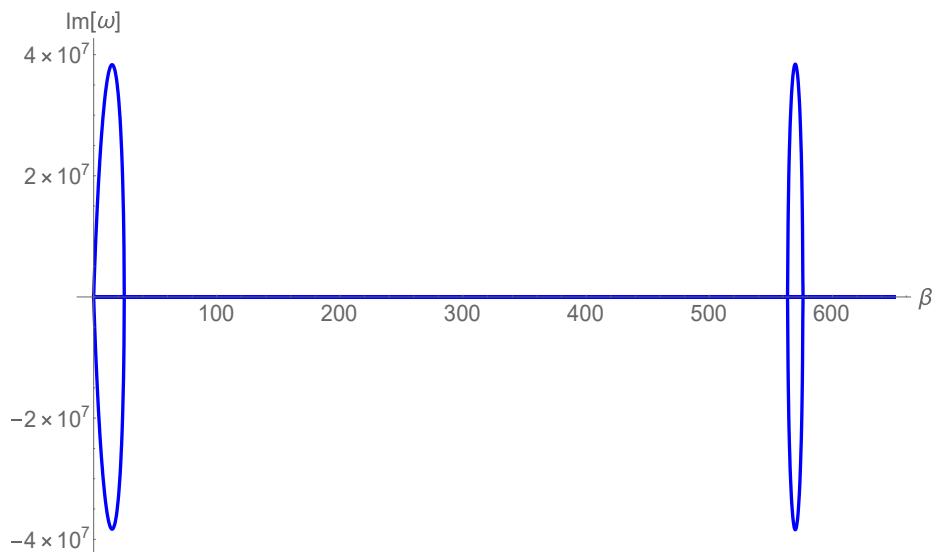


Рис.1.3 Дисперсионная характеристика системы с двумя электронными потоками ($B = 0.02$ Тл)

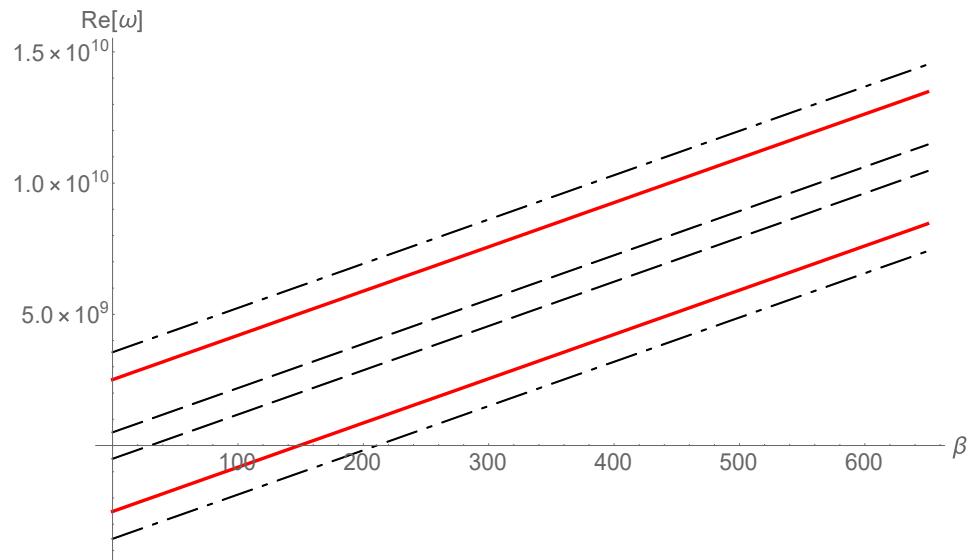


Рис. 1.5 Дисперсионная характеристика системы с одним электронным потоками.

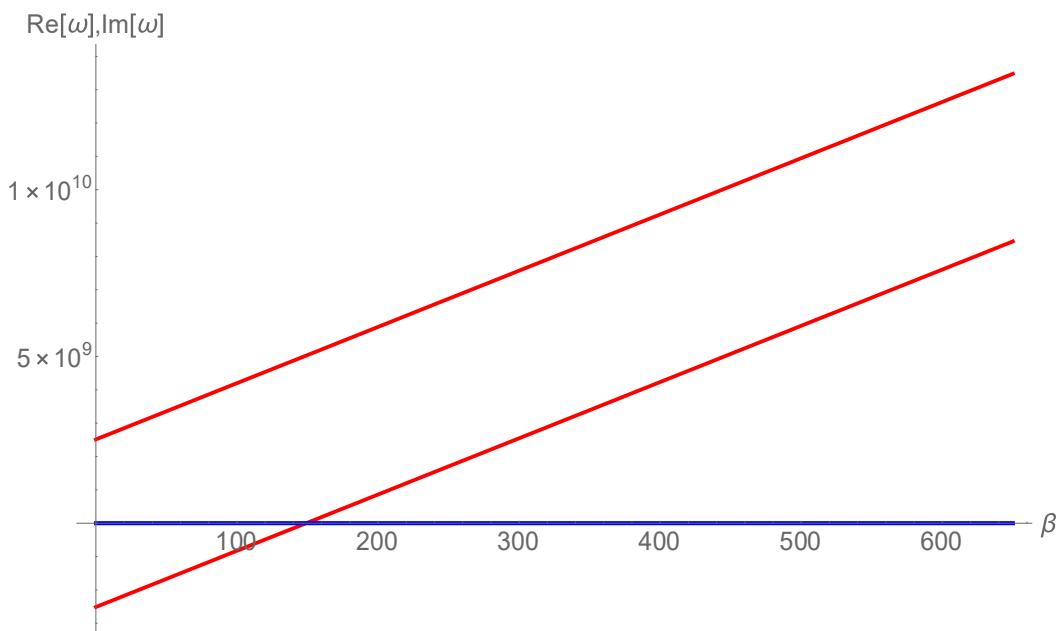


Рис. 1.6 Дисперсионная характеристика системы с одним электронным потоками
(действительная часть, мнимая часть)

Решение уравнения(1.1) иллюстрирует наличие в системе восьми волн (рис. 1.1,1.2,1.3). С точки зрения теории связанных волн каждому из пучков можно поставить в соответствие по четыре волны – быструю и медленную волны пространственного заряда, а также быструю и медленную циклотронные волны.

**Линейная теория взаимодействия двух электронных потоков,
система в одним электронным потокам (метод последовательных
приближений)**

Для определения тока двух пучков, сгруппированного в поле бегущей волны в первом приближении, воспользуемся системой из дифференциальных уравнений для токов с учётом пространственного заряда:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 x_1}{\partial x} + (2j\beta_{e1} + j\beta_{p1}^2 V_1 g_{1x}) \frac{\partial \tilde{x}_1}{\partial x} - \beta_{e1}^2 \tilde{x}_1 + \beta_{p1}^2 \frac{V_1}{2} g_1 \frac{\partial \tilde{y}_1}{\partial x} + jS^2 \beta_{p2}^2 V_2 g_{2x} \frac{\partial \tilde{x}_2}{\partial x} + \\ \quad + S^2 \beta_{p2}^2 \frac{V_2}{2} g_2 \frac{\partial \tilde{y}_2}{\partial x} = \eta \frac{E_{x1}}{V_{01}^2} \\ \frac{\partial^2 y_1}{\partial x} + (2j\beta_{e1} - j\beta_{p1}^2 V_1 g_{1y}) \frac{\partial \tilde{y}_1}{\partial x} - (\beta_{e1}^2 - \beta_{c1}^2) \tilde{y}_1 - \beta_{p1}^2 \frac{V_1}{2} g_1 \frac{\partial \tilde{x}_1}{\partial x} - S^2 \beta_{p2}^2 \frac{V_2}{2} g_2 \frac{\partial \tilde{x}_2}{\partial x} - \\ \quad - jS^2 \beta_{p2}^2 V_2 g_{2y} \frac{\partial \tilde{y}_2}{\partial x} = \eta \frac{E_{y1}}{V_{01}^2} \\ \frac{\partial^2 \tilde{x}_2}{\partial x} + (2j\beta_{e2} + j\beta_{p2}^2 V_2 g_{2x}) \frac{\partial \tilde{x}_2}{\partial x} - \beta_{e2}^2 \tilde{x}_2 + \frac{1}{S^2} \beta_{p1}^2 \frac{V_1}{2} g_1 \frac{\partial \tilde{y}_1}{\partial x} + j \frac{1}{S^2} \beta_{p1}^2 V_1 g_{1x} \frac{\partial \tilde{x}_1}{\partial x} + \\ \quad + \beta_{p2}^2 \frac{V_2}{2} g_2 \frac{\partial \tilde{y}_2}{\partial x} = \eta \frac{E_{x2}}{V_{02}^2} \\ \frac{\partial^2 \tilde{y}_2}{\partial x} + (2j\beta_{e2} - j\beta_{p2}^2 V_2 g_{1y}) \frac{\partial \tilde{y}_2}{\partial x} - (\beta_{e2}^2 - \beta_{c2}^2) \tilde{y}_2 - \frac{1}{S^2} \beta_{p1}^2 \frac{V_1}{2} g_1 \frac{\partial \tilde{x}_1}{\partial x} - \\ \quad - j \frac{1}{S^2} \beta_{p1}^2 V_1 g_{1y} \frac{\partial \tilde{x}_1}{\partial x} - \beta_{p2}^2 \frac{V_2}{2} g_2 \frac{\partial \tilde{x}_2}{\partial x} = \eta \frac{E_{y2}}{V_{02}^2} \end{array} \right. \quad (1.9)$$

Условием существования решения системы является равенство нулю её детерминанта:

$$D(S) = \begin{vmatrix} (s + j\beta_{e1})^2 + sj\beta_{p1}^2 \Delta_1 g_{1x} & s\beta_{p1}^2 \frac{\square_1}{2} g_1 & sjS^2 \beta_{p2}^2 \square_2 g_{2x} & sS^2 \beta_{p2}^2 \frac{\square_2}{2} g_2 \\ -s\beta_{p1}^2 \frac{\square_1}{2} & (s + j\beta_{e1})^2 - sj\beta_{p1}^2 \Delta_1 g_{1y} + \beta_{c1}^2 & -sS^2 \beta_{p2}^2 \frac{\square_2}{2} g_2 & -sjS^2 \beta_{p2}^2 \square_2 g_{2y} \\ s \frac{j\beta_{p1}^2}{S^2} \Delta_1 g_{1x} & s \frac{j\beta_{p1}^2}{S^2} \frac{\square_1}{2} g_1 & (s + j\beta_{e2})^2 + sj\beta_{p2}^2 \square_2 g_{2x} & s \beta_{p2}^2 \frac{\square_2}{2} g_2 \\ -s \frac{1}{S^2} \beta_{p1}^2 \frac{\square_1}{2} g_1 & -sj \frac{1}{S^2} \beta_{p1}^2 \Delta_1 g_{1y} & -s \beta_{p2}^2 \frac{\square_2}{2} g_2 & (s + j\beta_{e2})^2 - sj\beta_{p2}^2 \square_2 g_{2x} + \beta_{c2}^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (1.10)$$

Графики зависимости ВЧ тока от длины системы

Построение проводилось при следующих значениях параметров:

$$U_1 = 800 \text{ В},$$

$$U_2 = 750 \text{ В},$$

$$\omega_{p1} = \omega_{p2} = 1.256 * 10^9 \text{ Гц},$$

$$\omega_0 = 1.88 * 10^{10} \text{ Гц},$$

$$I_0 = 5 * 10^{-3}$$

$$B = 0,001 \text{ Тл.}$$

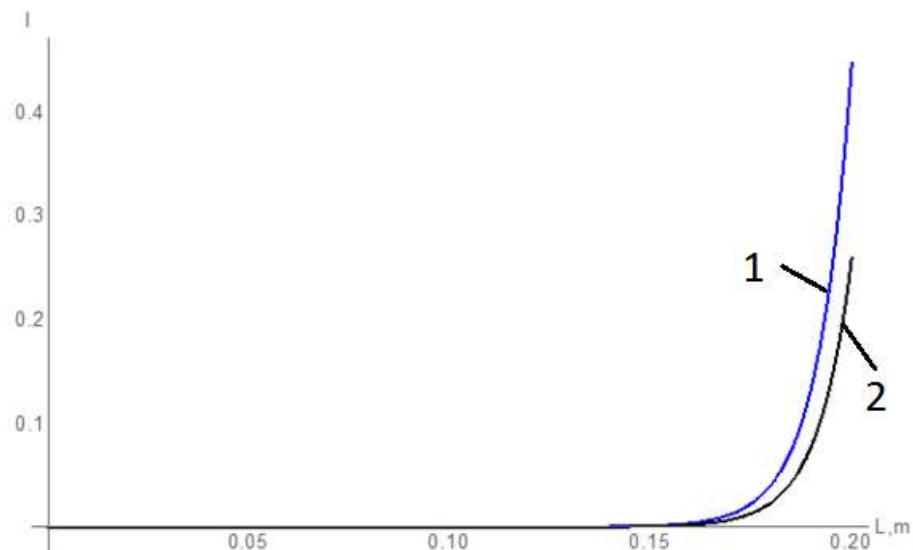


Рис. 1.7 ВЧ токи (1- одни ленточного пучка, 2-два ленточных пучков).

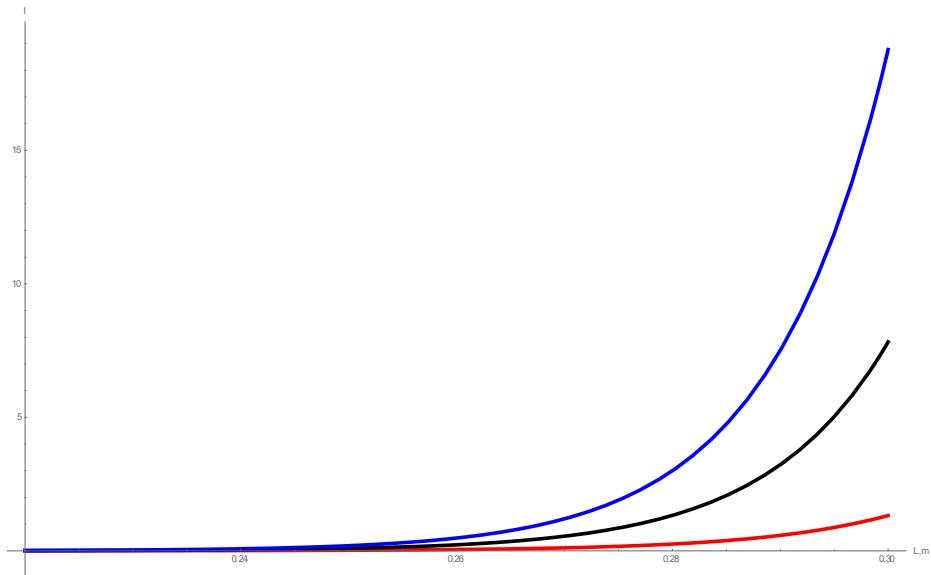


Рис. 1.8 Зависимость ВЧ ток от длины системы

(красная линия $\omega p1 = 1,256 \cdot 10^9$; Синяя $\omega p1 = 1,296 \cdot 10^9$, Черная $\omega p1 = 1,316 \cdot 10^9$).

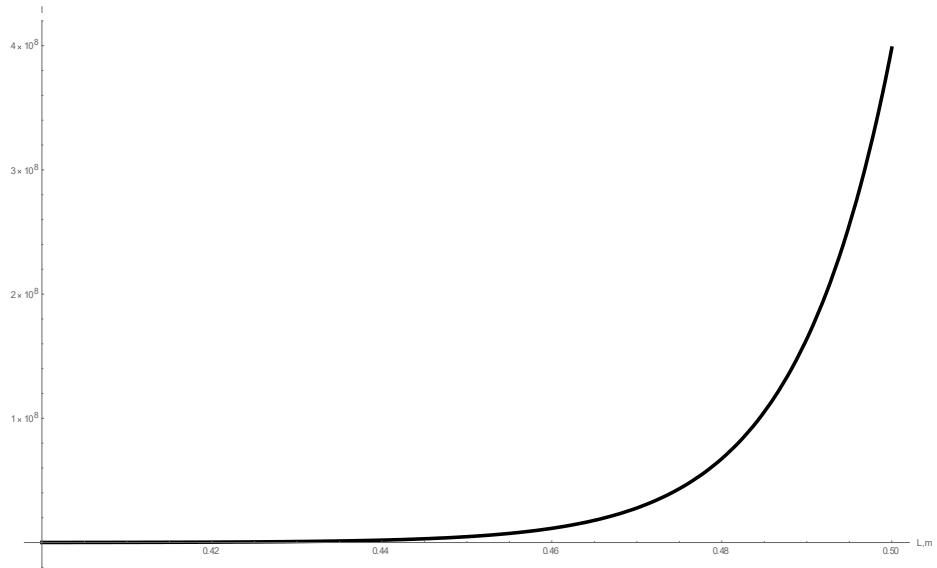


Рис. 1.9 Зависимость ВЧ ток от длины системы

($B = 0.005 \text{ T}$)

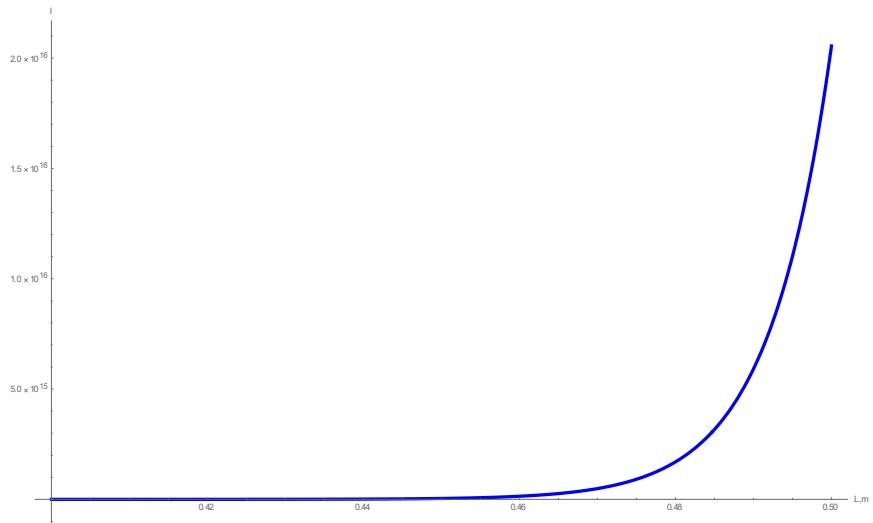


Рис. 1.10 Зависимость ВЧ ток от длины системы

($B = 0.001 \text{ T}$)

Заключение

Исходя из приведенных статей иностранных работ, можно понять, что для решения проблем, связанных с повышением выходных характеристик уже известных нам приборов, исследователи стали обращаться к уже известным явлениям, таким как двухпотоковая неустойчивость. Добавление второго электронного пучка позволяет получить новый тип приборов с характеристиками, превосходящими характеристики однолучевых вариантов. Проведя анализ полученных теоретических результатов на основе метода дисперсионного уравнения можно сделать вывод, что для двухлучевой системы существует две области неустойчивости. Т.е. в системе существуют две области, в которых действительным ω соответствует область комплексных β , что обусловлено взаимодействием не только волн пространственного заряда, но и циклотронных волн пучков. Из этого следует, что при определённых параметрах в системе возможно возникновение неустойчивости, а, следовательно, и усиление. Так же проведя анализ полученных теоретических результатов на основе метода последовательных приближений можно сделать вывод, что с увеличением значения ω_p , соответственно увеличивается значение тока в системе, а соответственно уменьшается и длина системы.