

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математической
кибернетики и компьютерных наук

**ПОЛУЧЕНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ АНАТОМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ С
ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ**

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студента 2 курса 273 группы
направления 01.04.02 — Прикладная математика и информатика
факультета КНиИТ
Саранцева Александра Николаевича

Научный руководитель
к. т. н. _____ В. М. Соловьев

Заведующий кафедрой
к. ф.-м. н. _____ С. В. Миронов

Саратов 2018

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1 Магнитно-резонансная томография	4
1.1 Принцип и результаты работы МРТ аппарата	4
2 Формат файлов dcm	5
2.1 Общие положения	5
3 Фильтрация изображений от шума	6
4 Аффинные преобразования	7
4.1 Общие положения	7
4.2 Масштабирование	7
4.3 Поворот	8
5 Нейронные сети	9
5.1 Обучение нейронных сетей	9
5.1.1 Алгоритм обратного распространения ошибки	9
5.1.2 Алгоритм сопряженных градиентов	9
5.1.3 Алгоритм обучения Кохонена	10
6 Основные принципы реализации приложения для получения трехмерных моделей анатомических объектов с использованием нейронных сетей и работы с ними	11
6.1 Алгоритм фильтрации изображений от грубых шумовых искажений	11
6.2 Реализация отрисовки, поворота и масштабирования трехмерной модели в приложении	12
6.2.1 Масштабирование	13
6.2.2 Поворот	13
6.3 Нейронные сети в приложении	14
6.4 Параллельные вычисления в приложении	15
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	17
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	18

ВВЕДЕНИЕ

Исследование состояния здоровья в области медицины продолжает развиваться все быстрее. Использование таких устройств, как магнитно-резонансные томографы, компьютерные томографы, аппараты ультразвуковых исследований, значительно ускоряет и облегчает процесс постановки диагноза врачами. Но, даже при таком развитии аппаратуры для проведения исследований, постановка диагноза, демонстрация пациентам месторасположения патологии и даже подготовка к проведению операции хирургами остаются недостаточно проработанными участками на данном этапе.

Целью настоящей работы является создание приложения, получающего трехмерную модель анатомического объекта при использовании снимков магнитно-резонансной томографии, и дополняющего эту трехмерную модель при использовании нейронных сетей.

Для выполнения данной работы были поставлены следующие задачи:

- получение изображений из снимков магнитно-резонансной томограммы в формате DICOM;
- удаление с изображений грубых шумовых искажений;
- получение трехмерной модели при помощи данных изображений;
- реализация взаимодействия конечного пользователя с моделью;
- написание программного кода нейронной сети для расширения полученной трехмерной модели.

Использование данного приложения для визуального определения месторасположения патологии принесет пользу врачам из области хирургии при подготовке к проведению операции. Наглядная демонстрация анатомического объекта с сохранением пропорций обеспечит наиболее точное ознакомление хирурга с целью операции и проблемными участками, которые могут возникнуть в ходе проведения и привести к неудачному ее завершению.

1 Магнитно-резонансная томография

В качестве данных, с которыми приложение должно осуществлять работу для получения трехмерных анатомических объектов, было решено использовать магнитно-резонансную томограмму – результат работы такого медицинского исследовательского аппарата как магнитно-резонансный томограф.

Независимо от того, что данный вид диагностики принято называть магнитно-резонансной томографией, немногие знают, что работа такого томографа происходит на основе ядерного магнитного резонанса (ЯМР). И, хотя из общепринятого названия типа диагностики и убрали слово «ядерный» (ЯМРТ) в связи с трагическими событиями в тот период истории, это не изменило принцип действия МРТ аппарата [1].

1.1 Принцип и результаты работы МРТ аппарата

Магнитно-резонансные томограммы получают изображения с помощью чередования радиочастотных импульсов и градиентных магнитных полей через определенные промежутки времени, которые чаще всего не превышают пары десятков миллисекунд. Такие чередования называют импульсными последовательностями. Каждая импульсная последовательность состоит из трех модулей – возбуждающего, считывающего и завершающего.

В ходе возбуждающего модуля сначала радиочастотный импульс возбуждает систему, а затем градиентный (или тоже радиочастотный) импульс ее рефазирует. В процессе считывания происходит измерение полученного сигнала. А при работе завершающего модуля происходит восстановление системы.

Исходя из направления подачи сигналов, времени между возбуждающими и рефазирующими сигналами, а также из результатов измерения полученных сигналов по спектру строятся изображения, которые и являются МР-томограммой.

2 Формат файлов dcm

Результат работы магнитно-резонансного томографа – томограмма – набор изображений, полученный в ходе работы аппарата, хранится в памяти этого аппарата, либо в файлах с расширением dcm – специальном медицинском формате файлов, предназначенном для цифровой передачи результатов исследований. Этот формат создается на основе стандарта DICOM и содержит не только сами результаты исследований, но и данные пациента, необходимые для точной постановки диагноза и своевременного уведомления пациента о результатах.

2.1 Общие положения

DICOM (Digital Imaging and COmmunications in Medicine, цифровые изображения и обмен ими в медицине) - это стандарт для передачи радиологических изображений и другой медицинской информации между компьютерами, опирающийся на стандарт Open System Interconnection (OSI), разработанный Международной организацией по стандартам International Standards Organization (ISO). Первая версия данного стандарта была разработана в 1985 году Американским Колледжем Радиологии и Национальной ассоциацией производителей электронного оборудования. [2]

Стандарт DICOM позволяет организовать цифровую связь между различными видами оборудования, использующимся в системах с принципиально разными конструктивными решениями. Рабочие станции, Компьютерные и Магнитно-резонансные Томографы, микроскопы, ультразвуковые-сканеры, общие архивы, хост-компьютеры и другие устройства расположенные в различных местах, могут обмениваться информацией между собой на основе стандарта DICOM с использованием открытых сетей по стандартным сетевым протоколам.

С использованием этого стандарта проводить медицинские исследования можно в различных диагностических центрах, а собирать и обрабатывать их результаты – в любом технически обустроенным месте.

DICOM 3.0, последняя версия стандарта, была выпущена в конце 1993 года. В настоящее время эта версия широко распространена в Японии, Франции, Германии, Соединенных штатах Америки и в многих других странах.

3 Фильтрация изображений от шума

При получении изображений магнитно-резонансным томографом стоит обратить внимание на то, что воздух также имеет определенную плотность и содержит воду, пусть и в крайне малых количествах. Этого вполне достаточно для получения шумовых искажений на изображениях. Человеческие органы зрения и мышления могут принебречь такими искажениями на снимках, но компьютерные алгоритмы требуют точных математических расчетов. Поэтому при разработке приложения возникает необходимость проводить фильтрацию магнитно-резонансной томограммы от грубых шумовых искажений. [3]

Восстановление искаженного изображения проводится путем получения изображения, которое близко к идеальному. Удалить все шумовые искажения на изображениях магнитно-резонансной томограммы является недостижимой целью, поэтому поставленная цель заключалась в определении объекта на изображении и удалении шумовых искажений за его пределами.

4 Аффинные преобразования

Создание трехмерной модели объекта также предполагает реализацию взаимодействия конечного пользователя с этой моделью, иначе созданная трехмерная модель объекта будет не более чем одно двумерное представление этой модели – практически ничем не отличное от одного отдельного изображения. Для реализации такого взаимодействия в большинстве случаев используются аффинные преобразования [4] для осуществления поворота, масштабирования, а также перемещения модели как в пределах окна отрисовки, так и за его пределами. Реализованное в рамках работы приложение осуществляет работу исключительно с одной моделью объекта, поэтому при помещении центра модели в центр окна отрисовки формулами перемещения моделей можно пренебречь.

Далее будут приведены общие формулы и их применение при использовании аффинных преобразований.

4.1 Общие положения

При использовании традиционных способов отрисовки, поворота и масштабирования [5] в программе задается целевая матрица, содержащая числовые значения положения окна в данный момент относительно его начального положения. Для пространственной системы координат эта матрица имеет вид единичной матрицы четвертого порядка.

Затем, при осуществлении поворота, перемещении окна в пространстве или изменении масштаба, матрица изменяется посредством вычисления ее произведения с соответствующей матрицей (также четвертого порядка). Результат произведения записывается в целевую матрицу.

И, наконец, при отрисовке производится умножение координат каждой точки объекта на целевую матрицу как вектора $\overline{vec} = \begin{pmatrix} x & y & z & 0 \end{pmatrix}^T$.

4.2 Масштабирование

При масштабировании в пространстве масштабирования по осям OX, OY и OZ производятся независимо друг от друга. Произведение целевой матрицы производится с матрицей:

$$N = \begin{pmatrix} \alpha_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где

α_x – изменение масштаба по оси OX ,

α_y – изменение масштаба по оси OY ,

α_z – изменение масштаба по оси OZ .

В данной работе масштабирование не должно изменять общую форму объекта, поэтому при использовании данного метода обязательным условием было бы осуществление выполнения равенства $\alpha_x = \alpha_y = \alpha_z$ [4].

4.3 Поворот

Поворот объекта осуществляется при помощи последовательных поворотов вокруг каждой из осей системы координат.

Если учитывать, что поворот модели в данном приложении должен осуществляться для обзора анатомического объекта с разных ракурсов, то возможность этого способа ограничена [6]: поворот должен осуществляться при помощи следующего алгоритма:

1. перенести объект к оси OX при помощи вектора $(x_0, 0, 0)$;
2. повернуть объект вокруг оси OX на нужный угол;
3. перенести объект от оси OX к его начальному положению при помощи вектора $(-x_0, 0, 0)$;
4. повторить для оси OY с помощью вектора $(0, y_0, 0)$ и для оси OZ с помощью вектора $(0, 0, z_0)$.

Таким образом, для осуществления поворота трехмерной модели объекта необходимо девять раз последовательно произвести произведение матриц четвертого порядка.

5 Нейронные сети

Обработка информации человеческим мозгом отличается от работы с информацией компьютера как на общем, так и на самом базовом уровне. Но использование некоторых алгоритмов позволяет приблизить обработку цифровой информации к работе мозга человека. Это послужило отправной точкой для рассмотрения вопроса о начале исследований в области искусственных нейронных сетей. [7]

5.1 Обучение нейронных сетей

Существует множество различных алгоритмов обучения нейронных сетей [8]. Далее будет приведено описание нескольких самых распространенных из их числа.

5.1.1 Алгоритм обратного распространения ошибки

Алгоритм тренировки нейронной сети путем обратного распространения ошибки использует тройное прохождение по всей нейронной сети в процессе одного цикла тренировки:

1. получение результата вычислений нейронной сети по формуле

$$x_i = \sum_{j=1}^n x_j * w_{ji}.$$

2. определение ошибки на каждом нейроне каждого слоя по формуле

$$\mu_i = \sum_{j=1}^n \mu_j * w_{ij}.$$

3. коррекция весовых значений синапсов по формуле

$$w_{ij} = w_{ij} + x_i * \mu_j * f'(x_j).$$

5.1.2 Алгоритм сопряженных градиентов

Алгоритм тренировки нейронной сети с использованием метода сопряженных градиентов, в отличие от алгоритма обратного распространения ошибки, производит коррекцию весовых значений синапсов после прохождения нескольких циклов вычислений [9].

В качестве величины ошибки алгоритм берет усредненный градиент поверхности ошибок по всем циклам вычислений, и производит коррекцию весовых значений синапсов только один раз за множество прохождений данных по нейронной сети. [10]

5.1.3 Алгоритм обучения Кохонена

Для обучения по алгоритму Кохонена [11] в первую очередь производится получение результатов вычислений нейронной сети с использованием набора входных данных. После этого выбирается нейрон-победитель в выходном слое – нейрон, результат вычислений которого был максимальным. Так как изначально нейронная сеть Кохонена предполагает классификацию данных, алгоритм тренировки зачастую не имеет ожидаемого значения выхода [12].

6 Основные принципы реализации приложения для получения трехмерных моделей анатомических объектов с использованием нейронных сетей и работы с ними

Создание приложения для работы с трехмерными моделями анатомических объектов было разделено на несколько частей. Их реализация производилась независимо друг от друга:

- получение снимков магнитно-резонансной томограммы как изображений;
- удаление грубых шумовых искажений с полученных изображений;
- реализация способа хранения трехмерных моделей в приложении;
- получение трехмерной модели анатомического объекта;
- реализация взаимодействия с моделью (поворот, масштабирование, и т.п.);
- реализация нейронных сетей для заполнения промежутков между изображениями в модели.

Хранение трехмерных моделей в приложении осуществляется как хранение упорядоченного набора пикселей в трехмерном массиве.

6.1 Алгоритм фильтрации изображений от грубых шумовых искажений

В ходе работы с изображениями – снимками МРТ – было обнаружено огромное количество грубых шумовых искажений. Так как качество отрисовки напрямую зависит от шумовых искажений вокруг исследуемого объекта на снимке, а любые шумы в ходе отрисовки будут восприниматься как дополнительные объекты на снимке, ухудшающие качество полученной трехмерной модели, было решено создать и реализовать алгоритм фильтрации изображения от грубых шумовых искажений. Далее будет представлен созданный алгоритм.

В первую очередь определяются координаты начала и завершения «видимых» областей на изображении – областей, цвет которых отличен от черного. Определяются они построчно, после чего проверяется принадлежность к единой области попарно найденных областей с соседних строк.

После описанных действий проверяется площадь каждой найденной области. Если площадь области занимает менее 7 пикселей, то эта область из

списка удаляется.

Также в алгоритм были добавлены дополнительные (заградительные) фильтры:

- Фильтр, убирающий с изображения все сигналы, оттенок цвета которых меньше 40;
- Фильтр, смещающий координаты границ области в сторону ее уменьшения до тех пор, пока значения оттенков цвета на краях области не превысят значения 110.

Затем, предполагая, что все шумовые искажения не попали в найденные области, а исследуемый объект один, всем пикселям изображения, находящимся вне найденных областей, задается черный цвет (отсутствие информации об объекте).

6.2 Реализация отрисовки, поворота и масштабирования трехмерной модели в приложении

Для отрисовки модели объекта в приложении координаты модели в пространстве задавались статично в зависимости от ее размеров. Для отрисовки и взаимодействия с ней были созданы точка просмотра и окно отрисовки. Вычисление цвета пикселя на окне отрисовки для различных пикселей выполнялось параллельно. Принцип отрисовки следующий:

- определяются векторы, проходящие через точку просмотра и каждую из точек окна отрисовки;
- для каждого вектора находится прямая в пространстве, на которой он лежит;
- на каждой прямой из точки просмотра по направлению вектора определяется первая непрозрачная точка (в данном приложении – точка, чей цвет отличен от черного);
- соответствующей точке окна отрисовки присваивается цвет этой точки.

Таким образом, производится получение проекции модели анатомического объекта на окно отрисовки в сторону точки просмотра.

Для осуществления поворота и масштабирования достаточно пересчитать координаты окна отрисовки и точки просмотра. Рассмотрим принцип осуществления поворота и масштабирования более подробно.

6.2.1 Масштабирование

Для осуществления масштабирования модели достаточно было получить координаты вектора, проходящего через точку просмотра и центр окна отрисовки. При перемещении окна отрисовки по данному вектору в направлении от точки просмотра происходило визуальное приближение к модели, а в направлении к точке просмотра – визуальное отдаление. Точка просмотра при этом являлась статичной, ее координаты оставались неизменными.

Помимо пересчета координат центра окна отрисовки [13] также необходимо пересчитать координаты его углов. Для этого находились координаты векторов из старого центра окна отрисовки в углы, и новые координаты углов получались из нового центра по этим векторам.

6.2.2 Поворот

Для осуществления поворота модели необходимо было изменить координаты точки просмотра и окна отрисовки таким образом, чтобы повернуть их вокруг модели, сохранив при этом длины всех векторов из центра модели в точки окна отрисовки и точку просмотра, а также из всех точек окна отрисовки в точку просмотра. Такой процесс поворота можно представить как вращение пирамиды, основанием которой является окно отрисовки, а вершиной – точка просмотра.

Далее будет описан алгоритм движения по сфере вышеописанной пирамиды в направлении вектора, лежащего на окне отрисовки.

1. Получить координаты точки C_n – нового центра окна отрисовки при помощи вектора поворота, описанного выше;
2. задать расстояние из центра сферы до точки C_n равным расстоянию до старого центра окна отрисовки, а расстояние до старого окна отрисовки – равным расстоянию до точки C_n ;
3. используя координаты центра сферы, старого и нового центров окна отрисовки, получить координаты плоскости, проходящей через эти три точки;
4. разложить векторы из старого центра окна отрисовки к его углам на пары векторов, первые из которых сонаправлены или противоположно направлены вектору поворота, а вторые – перпендикулярны ему. В этом случае один из векторов лежит на плоскости, полученной ранее перпен-

- дикулярно вектору из центра сферы в старый центр окна отрисовки, а второй – перпендикулярен этой плоскости;
5. далее необходимо сохранить длину первого вектора из каждой пары d и координаты второго N_d ;
 6. получить вектор поворота на новой плоскости vec_n при помощи координат точек C_n и старого центра окна отрисовки;
 7. используя vec_n , d и N_d , получить новые координаты углов окна отрисовки;
 8. найти координаты новой точки просмотра при помощи длины вектора из центра сферы до старой точки просмотра и координат вектора из центра сферы до точки C_n .

В отличие от традиционного способа поворота модели (использование аффинных преобразований), при использовании данного алгоритма отсутствует необходимость пересчета координат каждой точки модели. Вместо этого происходит пересчет координат окна отрисовки и точки просмотра, что позволяет работать с моделями, ограничение количества точек которых в данной реализации зависит от максимальной вместимости массива.

6.3 Нейронные сети в приложении

При создании нейронной сети первостепенной задачей стал выбор входных и выходных данных, необходимых для реализации поставленной задачи. Исходя из имеющихся данных, единственным возможным выбором стало использование цвета пикселей.

Для заполнения модели была использована нейронная сеть Кохонена позволяющая использовать целое число как классификатор, а результат вычислений сети – как попытку классифицировать цвет пикселя исходя из цвета окружающих пикселей.

Набор пикселей, использующийся в качестве входных и выходных данных для тренировки нейронной сети должен был лежать в одной плоскости. Для удовлетворения этого условия была использована сетка, общий вид (модель) которой приведен на рис. 1.

На изображенной модели входные данные изображены серым цветом, выходные – черным.

Стоит также заметить, что, несмотря на упорядоченность входных пикселей на сетке при тренировке нейронной сети, расположение пикселя выходных

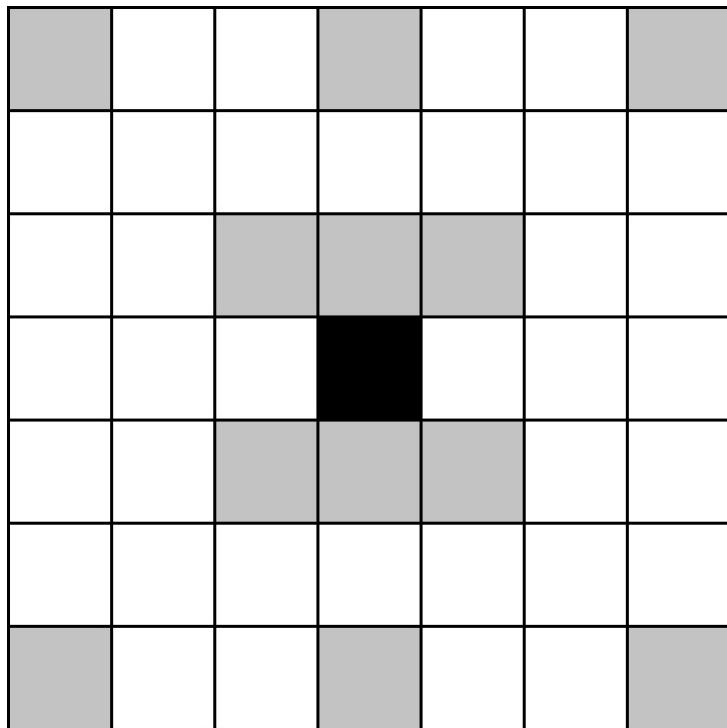


Рисунок 1 – Модель данных для нейросети

данных сети показывает, что допустимы повороты и зеркальное отображение вышеописанной сетки на плоскости.

Для тренировки нейросети был выбран метод обратного распространения, а в качестве функции активации – сигмоида. Формула сигмоиды приведена ниже:

$$f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}.$$

Созданная нейронная сеть производит получение цвета пикселя исходя из цветов окружающих пикселей. В ходе работы над нейронной сетью было использовано параллельное программирование для ускорения проведения вычислений нейронной сети.

6.4 Параллельные вычисления в приложении

Для выполнения параллельных вычислений использовался объект класса «ExecutorService», содержащий хранилище параллельных потоков. Параллельность достигалась благодаря классам, использующим интерфейс «Callable», возвращающий значения при использовании параллельного программирования.

Таким образом, для каждого потока создавался отдельный объект одного из вышеописанных классов, а результат вычислений этого объекта достигал-

ся при помощи параллельности. Также были использованы объекты класса «Future», получающие ссылку на участок памяти, в который будет записан результат параллельных вычислений.

После завершения параллельных вычислений необходимо обеспечить завершение работы хранилища потоков во избежании переполнения допустимого их количества.

Стоит заметить, что выполнение параллельных вычислений может вызвать появление таких исключений, как «InterruptedException» и «ExecutionException», обработку которых необходимо выполнить раздельно и в ходе этой обработки завершить работу хранилища параллельных потоков по указанной выше причине.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе были приведены основные моменты разработки приложения для получения трехмерных моделей анатомических объектов с использованием нейронных сетей.

В ходе данной работы были разработаны и реализованы следующие алгоритмы:

- алгоритм фильтрации изображений от грубых шумовых искажений;
- алгоритм построения незаполненной трехмерной модели на основе отфильтрованных изображений;
- алгоритм отрисовки неподвижной трехмерной модели анатомического объекта при использовании окна отрисовки и точки просмотра;
- алгоритм поворота и масштабирования модели, заключавшийся в изменении общего положения окна отрисовки и точки просмотра при сохранении соотношения их координат друг относительно друга;
- алгоритм заполнения трехмерной модели анатомического объекта при помощи нейронной сети.

Приложение было разработано на языке программирования Java в среде IntelliJ Idea.

Скорость тренировки нейронной сети в приложении, или ее использования для заполнения промежутков между снимками магнитно-резонансного томографа, напрямую зависит от аппаратной части используемого для запуска этого приложения компьютера. Точное определение контуров анатомического объекта даже слабо натренированной нейронной сетью подтверждает теорию о возможности получения данных о промежутках между изображениями, полученными томографом, с определенной точностью и создания трехмерных моделей таких объектов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 *Холин, А. В.* Принципы получения магнитно-резонансного изображения / А. В. Холин. — Издательский дом «СПбМАПО», 2005. — С. 50.
- 2 Стандарт DICOM [Электронный ресурс]. — URL: <http://mri.com.ua/page/text/name%3Ddicom> (дата обращения 02.06.2018) Загл. с экрана. Язык. рус.
- 3 *Апальков, И. В.* Удаление шума из изображений на основе нелинейных алгоритмов с использованием ранговой статистики / И. В. Апальков, В. В. Хрящев.
- 4 Базовые геометрические преобразования в трёхмерном пространстве [Электронный ресурс]. — URL: <http://vmk.ugatu.ac.ru/labkg51.htm> (дата обращения 02.06.2018) Загл. с экрана. Язык. рус.
- 5 Преобразования на плоскости и в пространстве / Обзоры / Научно-производственная фирма «Топоматик». [Электронный ресурс]. — URL: <http://www.topomatic.ru/reviews/46-Preobrazovaniya-na-ploskosti-i-v-prostranstve> (дата обращения 24.02.2018) Загл. с экрана. Язык. рус.
- 6 Компьютерная графика :: Теория 3D :: Аффинные преобразования пространства [Электронный ресурс]. — URL: http://compgraphics.info/3D/3d_affine_transformations.php (дата обращения 02.06.2018) Загл. с экрана. Язык. рус.
- 7 *Блейкли, С.* Об интеллекте / С. Блейкли, Д. Хокинс. — Москва-Санкт-Петербург-Киев: Издательский дом «Вильямс», 2007.
- 8 *Хайкин, С.* Нейронные сети: полный курс, 2-е издание / С. Хайкин. — Издательский дом «Вильямс», 2006. — С. 1104.
- 9 *Anderson, J. A.* A simple neural network generating an interactive memory, vol. 14 / J. A. Anderson. — 1972. — Р. 197.
- 10 Алгоритмы метода сопряженных градиентов [Электронный ресурс]. — URL: <http://stydopedia.ru/1x1247.html> (Дата обращения 25.04.2018). Загл. с экрана. Язык. рус.

- 11 Нейронная сеть (самоорганизующаяся карта) Кохонена для визуализации и анализа данных [Электронный ресурс]. — URL: <http://neuropro.ru/memo32.shtml> (Дата обращения 02.06.2018). Загл. с экрана. Яз. рус.
- 12 *Кохонен, Т.* Самоорганизующиеся карты / Т. Кохонен. — БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014. — С. 655.
- 13 *Просветов, Г. И.* Стереометрия. Задачи и решения / Г. И. Просветов. — Издательство «Альфа-Пресс», 2011. — С. 48.