Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра теории функций
и стохастического анализа

Расчет тарифа при страховании иммущественных рисков в объектах с изменяющейся во времени страховой суммой

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 412 группы
направления 01.03.02 Прикладная математика и информатика
Тарасова Владислава Дмитриевича

Научный руководитель
к.ф-м.н, доцент ________________ С.В. Тышкевич

Зав. кафедрой
д.ф-м.н, доцент ________________ С.П. Сидоров

Саратов, 2018

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. В условиях быстро развивающегося российского страхового рынка, в частности, сектора рисковых видов страхования, и ужесточенной конкуренции оптимальное экономическое управление деятельностью страховой компании приобретает исключительно важное значение. Потребность в принятии наиболее рациональных решений служит мощным стимулом к развитию прикладных методов актуарной математики с направленностью на практическую реализацию полученных результатов в конкретных страховых договорах. Одна из основных задач связанных с управлением деятельностью страховой компании на рынке рисковых видов страхования, состоит в формировании страховых тарифов, адекватно учитывающих уровень уровень риска нанесения ущербов застрахованным объектам и имущественным интересам страхователей, а также возможные последствия возникновения страховых событий.

Целью бакалаврской работы формирование и рассчет страхового тарифа при страховании иммущественных рисков с изменяющейся страховой суммой.

Объект исследования страховой портфель, содержащий совокупность договоров, каждый из которых обеспечивает страховую защиту объекту от рисков возникновения на этих объектах аварий.

Для достижения поставленных целей в работе необходимо решить следующие **задачи**:

1. Определить основные понятия, необходимые для описания математической модели расчета страхового тарифа
2. Определить основные понятия, связанные с расчетом страхового тарифа
3. Изучить принципы и алгоритмы построения страхового тарифа.
4. Построить математическая модель расчета страхового тарифа
5. Рассмотреть пример рассчета страхового тарифа.

Необходимых данных для расчета страхового тарифа портфеля нельзя получить путем обработки исходной информации по его договорам.

Для получения такой информации необходимо построить математическую модель, которая будет учитывать значения страховых ущербов, страховой ответственности в момент наступления страховых случаев, статистические характеристики потока страховых событий и параметры строящихся объектов. Для решения поставленной задачи создаеся следующий механизм возникновения страхового ущерба:

1. Рассматривается страхование объекта, находящегося в процессе строительного цикла

2. Моменты времени наступления случайных страховых случаев, которые описываются пуассоновскм распреелением.

3. В силу случайности моментов возникновения страховых ущербов и страховая ответственность также будет случайной величиной. страховая ответственность понимается как значение страховой ответственности в момент наступления страхового случая. Основная труность данной задачи состоит в моделировании случайной величины страховой оствeтственности в момент наступления страхового случая.

Практическая значимость проводимого исследования состоит в том, что в ряде видов иммущественного страхования при заключении страхового договора страховщик имеет дело с объектами, страховая стоимость которых изменяется на интервале действия этого договора. Поскольку при этом момент наступления страхового случая является случайной величиной, от и размер страховой суммы, которая определяет значение возмещаемого страхового ущерба, также оказывается велчиной случайной. такая ситуация возникает, например, при страховании строительно-монтажных рисков, когда стоимость страхуемого объекта со временем увеличиваеся. Здесь и возникают вопрос о методике расчета страхового тарифа, учиывающего особенности страхуемого объекта, и вопрос о страховой ответственности , определяющей величину страховой платы. Решению данных проблем и посвящена моя дипломная работа.

Основные обозначения в данной работе:

$n_{nab} = \sum_{i=1}^{n} m_i$ - общее число зафиксированных на интервале наблюдения страховых случаев.

$m_i (i = 1, 2, 3 \ldots n_i)$- число страховых событий на i-м интервале времени.

$X_i^{(v)} (v = 1, 2, 3 \ldots m_i)$-значения страховых ущербов по множеству страховых случаев на i-м интервале времени.

$h(.)$-функция Хевисайда.

$R(x)$- функция распределения совокупного страхового ущерба

p_k- вероятность наступления k страховых событий на единичном интервале времени

$F^{(k)}(x)$ - k-кратная свертка функции распределения страхового ущерба в результате единичного страхового события $F_0(x)$, описывающая совокупный страховой ущерб в результате наступления k страховых событий

S_Σ- суммарная страховая ответственность по принятому на удержание страховому риску.

$\overline{S}$-средняя страховая ответственность одного застрахованного объекта.

$f^{(n)}(t)$- n-кратная свертка плотности распределения f(t), связанной с функцией распределения F(t) соотношением $f\,(t) = F'(t)$.

Структура и содержание бакалаврской работы. Работа состоит из введения, двух разделов, заключения, списка использованных источников, содержащего 20 наименований, и одного приложения. Общий объем работы составляет 42 страницы.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обосновывается актуальность темы работы, формулируется цель работы и решаемые задачи, отмечается практическая значимость полученных результатов.

В **первом** разделе приводятся основные понятия, которые понадобятся при формировании страхового тарифа.
Строится математическая модель совокупного страхового риска.Под совокупным риском будем понимать функцию распределения совокупного страхового ущерба, обусловленного страховыми событиями на годовом интервале времени, имевшим место на N_0 находящихся под наблюдением объектах. Также рассматривается процедура индефикации распределения страхового ущерба, которая существенным образом зависит от характера доступной статистической информации, а также предположений, принимаемых относительно случайных величин, входящих в данную модель распределения: числа страховых событий на единичном интервале времени и величины страхового ущерба в единичном страховом событии.
Так, если андеррайтер не готов принять каких-либо гипотез относительно случайной величины страхового ущерба, обусловленного единичным страховым событием, то в качестве эмпирической функции распределения этой величины можно принять выражение

$$F_0\left(x\right) = \frac{1}{n_{nab}} \sum_{i=1}^{n_{nab}} \sum_{v=1}^{m_i} h(x - X_i^{(v)}). \tag{1}$$

Построение эмпирической функции распределения в форме ступенчатой функции обычно является первым шагом. Второй шаг состоит или в построении кусочно-линейной аппроксимации, или в подборе подходящей аналитической аппроксимации.

Приводится реализация модели аккумуляции с использованием интеграла Стилтьеса и гамма-распределения, которая понадобится в расчете страхового тарифа.
Численная реализация с применением традиционных квадратур вычисления интеграла Стилтьеса, безупречной с точки зрения логики ее построения математической совокупного страхового ущерба (модели аккумуляции)

$R_0\left(x\right) = \sum_{k=0}^{\infty} p_k^{(0)} P\{W < x|\, k\} = \sum_{k=0}^{\infty} p_k^{(0)} F^k\left(x\right)$

представляет достаточно сложную в вычислительном отношении задачу. Трудности ее реализации существенно возрастают, если свертываемое распределение $F_0\left(x\right)$ имеет разрывный характер. В этом случае при выполнении процедуры

$$F^{(2)}\left(x\right)=\int_0^x F_0\left(x-y\right)dF_0\left(y\right);$$

$$F^{(3)}\left(x\right)=\int_0^x F^{(2)}\left(x-y\right)dF_0\left(y\right);$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$F^{(k)}\left(x\right)=\int_0^x F^{(k-1)}\left(x-y\right)dF_0\left(y\right).$$

могут возникнуть своего рода неустойчивость результатов вычислений. Причиной указанной неустойчивости, по-видимому, служит "скрытое" дифференцирование, заложенное в интеграле Стилтьеса, которое при формальном использовании квадратурных формул применительно к разрывным функциям и приводит к появлению вычислительной неустойчивости.

Рассматриваются алгоритмы рассчета математического ожидания и дисперсии совокупного страхового ущерба, вычисления совокупной нетто-преми, нетто- и брутто-ставки страхового тарифа.

При проведении актуарно-экономического анализа показателей систем страховой защиты возникает целесообразность приближенного расчета основных финансово-экономических показателей, для чего необходимо располагать математическим ожиданием и дисперсией страхового риска. Применение приближенных методов расчета страхового риска позволяет принципиально упростить задачу анализа страховой системы, а также делает более прозрачной и доступной для воспроизведения процедуру подобного анализа.

Во **втором** разделе описывается алгоритм рассчета страхового тарифа, который состоит из двух этапов.

По портфелю в целом должны быть заданы:

-число застрахованных однородных объектов N;

-проектный график изменения стоимости типового объекта для группы из N однородных объектов с указанием значений минимального S_{min} и максимального S_{max} значения страховой ответственности;

-статистические данные об ущербах;

-интенсивность возникновения страховых событий в группе застрахованных объектов в расчете на один объект λ .

Для обоснованной оценки риска, связанного с заключением конкретного страхового договора понадобится указать :

-значение максимальной величины страховой ответственности S_{maxKD} на интервале действия страхового договора;

-продолжительность дейстрия страхового договора T_c;

-предполагаемый момент вступления в силу страхового договора относительноначала строительства t_{0KD}.

В первом этапе построения математичесой модели будем считать, что страховая ответственность каждого страхуемого объекта S в момент наступления страхового события составляет некоторую величину $s(s > 0)$. Построим кумулятивную функцию распределения совокупного страхового ущерба для такого портфеля, используя исходные данные об относительных ущербах

$$P\{\chi < \xi\} = F(\xi), \tag{2}$$

где χ - случайная величина, равная отношению величины страхового ущерба к значению страховой суммы, то есть $\chi = X/S$; X - случайная величина страхового ущерба, в единичном страховом событии. Предполагается:

1. Функция распределения $F(\xi)$ не зависит от значения страховой суммы S.
2. Числострaховых событий является случайной величиной и описывается распределением Пуассона и параметром λ.

В силу этих предположений возможно вычислить условную функцию распределения страхового ущерба от единичного страхового события, с условием, что величина страховой ответственности в момент наступления страхового случая равна $s(s > 0)$,

$$F_0(x|s) = P\{X < x|S = s\} = P\{\frac{X}{S} < \frac{x}{s}|S = s\} = F(\frac{x}{s}). \tag{3}$$

Второй этап.

Рассчет базовой страховой ответственности и нетто-премии по портфелю в целом.

Используя нестандартную процедуру кусочно-линейной интерполяции, построем функцию рапределения, путем обращения исходной. Потом нужно посчитать функцию распределения относительной страховой ответственности и среднюю по портфелю договоров. Для построенной расчетной модели гипотетического страхового портфеля с числом договоров N:=80, пуассоновским распределением числа страховых событий и известным распределением страховой ответственности, ипользуя численную реализацию интеграла Стильтьеса.

После найдем нетто-премии, покрывающие с надежностью Pnad возможные страховые выплаты и используя итоговое значение нетто-премии по портвелю и базовое значение страховой ответственности, выполним расчет нетто-тарифа и сопоставим полученное значение с базовым страховым тарифом. Если теоретическое построение правильное , то значение нетто-ставки страхового тарифа совпадает с величиной базового страхового тарифа. А так же рассматривается модель аккумуляции и проводится расчет тарифов.

Теперь для построенной модели гипотетического страхового портфеля с числом договоров N, пуассоновским распределением числа страховых событий и известным распределением страховой ответственности $\overline{\overline{F_s}}(s)$ применима типовая процедура рассчета страховых тарифов, основанная на модели аккумуляции.

Для расчета характеристик портфеля была написана программа в среде MathCad.

Входными данными программы являются следующие: Число застрахованных объектов $N := 80$.

Интенсивность возникновения страховых событий в группе застрахованных объектов в расчете на один застрахованный объект $\lambda := 0.04$.

Продолжтельность действия страхового договора Tc:=1 год. Коэффициент страховой нагрузки $\delta := 0.3$.

А также выборка данныйх об ущербах, приведенная в таблице 1.

Таблица 1. Данные об ущербах

	0
0	0.0041
1	0.0055
2	0.0018
3	0.0098
4	0.0415

n:=12

Безразмерная функция изменения во времени стоимости типового объекта задается в виде уравнения

b:=2

$$\begin{cases} (1-b)(tet)^2 + b * tet, 0 \le tet \le 1, \\ 1, tet > 1. \end{cases} \tag{4}$$

При завершении работы программы получаем базовый нетто-тариф.

Основные результаты

1. Определены основные понятия, необходимые для описания математической модели расчета страхового тарифа.
2. Определены основные понятия, связанные с расчетом страхового тарифа.
3. Изучены принципы и алгоритмы построения страхового тарифа.
4. Построена математическая модель расчета страхового тарифа.
5. Рассмотрен пример рассчета страхового тарифа.