

Министерство образования и науки Российской Федерации  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.  
ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математики и методики ее преподавания

**Методика обучения решению алгебраических задач учащихся 7 класса**

**АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ**

студентки 4 курса 461 группы

направления 44.03.01 – «Педагогическое образование (профиль –  
математическое образование)» механико-математического факультета

**Апалько Алины Николаевны**

Научный руководитель  
к.п.н., доцент

---

И.К. Кондаурова

Зав. кафедрой  
к.п.н., доцент

---

И.К. Кондаурова

Саратов 2017

**Введение.** Д. Пойа, рассматривая роль задач в математике, писал: «Что значит овладение математикой? Это есть умение решать задачи». Математические задачи являются одной из главных составляющих содержания учебного предмета математики, который включает также и теоретический материал (понятия и их определения; алгоритмы; математические утверждения). Но и теоретический материал учащиеся усваивают в процессе решения задач. Поэтому решение задач является основной деятельностью при обучении математике. Разработкой методики обучения решению задач вообще и математических в частности занимались педагоги (В.В. Давыдов; И.Я. Лerner и др.), психологи (А.Н. Леонтьев; А.М. Матюшкин и др.), методисты-математики (Л.В. Антонова; М.А. Керимбеков; Г.А. Корчагина; Н.И. Попов; Л.А. Сафонова; Л.М. Фридман и др.).

Однако на практике далеко не все учащиеся осваивают решение алгебраических задач даже на базовом уровне. Причин тому великое множество. Одни из них носят общий характер: устоявшийся страх перед задачей, отсутствие общих представлений о рассматриваемых в задачах процессах, неумение устанавливать, что дано в задаче, что надо найти, выявлять по тексту взаимосвязи рассматриваемых в задаче величин и т.п. Другие свидетельствуют о несформированности определенных умений и навыков: незнание этапов решения задачи, непонимание содержания и цели собственной деятельности на каждом из них, неумение решать уравнения, неравенства или их системы, неумение производить отбор корней уравнения или решений неравенства в соответствии с условием задачи и т.д. Недостатки в овладении необходимыми приемами рассуждений, незнание общих методов решения задач не дают возможности многим школьникам успешно работать над конкретной задачей.

Цель бакалаврской работы: теоретическое описание, практическая разработка и экспериментальная апробация методического обеспечения обучения решению алгебраических задач учащихся 7 класса.

Задачи бакалаврской работы:

1. На основе анализа психолого-педагогической и методико-математической литературы уточнить определения понятий: «задача», «алгебраическая задача», «решение задачи» и охарактеризовать разные подходы к обучению решению алгебраических задач учащихся 7 класса.
2. Разработать и экспериментально проверить (на базе МОУ «ООШ с. Кувыка» Саратовской области) методические материалы для обучения решению алгебраических задач учащихся 7 класса.

Методы исследования: анализ методико-математической и психолого-педагогической литературы; обобщение собственного опыта работы и опыта работы действующих учителей математики; разработка и апробация методических материалов.

Структура работы: титульный лист; введение; две главы («Теоретические аспекты методики обучения решению алгебраических задач учащихся 7 класса»; «Практическая реализация методики обучения решению алгебраических задач учащихся 7 класса (на базе МОУ «ООШ с. Кувыка» Саратовской области)»); заключение; список использованных источников.

**Основное содержание работы.** Первая глава «Теоретические аспекты методики обучения решению алгебраических задач учащихся 7 класса» посвящена решению первой задачи бакалаврской работы. Проанализировав имеющуюся в нашем распоряжении психолого-педагогическую и методико-математическую литературу, мы уточнили определения и содержание понятий: «задача», «алгебраическая задача», «решение задачи».

Вслед за М.А. Керимбековым, мы определили задачу как объект мыслительной деятельности, в котором в диалектическом единстве представлены составные элементы (предмет, условие и требование), при этом

получение познавательного результата возможно при раскрытии отношения между известными и неизвестными элементами задачи.

Существуют разные типологии математических задач: по математическому содержанию (арифметические; алгебраические; геометрические и т.д.); по методу решения (арифметические (на основе зависимостей между компонентами арифметических действий); алгебраические (составление уравнений, неравенств и их систем); геометрические (через использование геометрических фигур и их свойств); комбинированные); по характеру требований (задачи на вычисление, доказательство, построение и т.д.); по специфике языка (текстовые (присутствует фабула); абстрактные (предметные) и др.

Под текстовыми мы понимали задачи, в которых описан некоторый жизненный сюжет (явление, событие, процесс) с целью нахождения определенных количественных характеристик или значений. Термином «алгебраическая (для 7 класса)» мы обозначили текстовую задачу, требующую для своего решения составления линейного уравнения (с одним неизвестным) или системы линейных уравнений. Виды алгебраических задач в курсе алгебры 7 класса: на смеси, сплавы и растворы; на покупку и продажу; на движение: по течению и против течения, на прямолинейное равномерное движение; на части; на целые числа. Этапы решения алгебраической задачи 7 класса: выделение величин, о которых идет речь в тексте задачи, и установление зависимости между ними; ввод переменных (обозначение буквами неизвестных величин); с помощью введенных переменных и данных задачи составление уравнения или системы уравнений; решение полученного уравнения или системы; проверка найденных значений по условию задачи и запись ответа.

Далее в главе охарактеризованы разные подходы к обучению решению алгебраических задач учащихся 7 класса методистов-математиков: Л.В. Антоновой (на основе тематически ориентированных эвристических

таблиц); Г.А. Корчагиной (на основе знания алгоритма и умения решать задачи по нему); Н.И. Попова (на основе использования теории поэтапного формирования умственных действий); Л.А. Сафоновой (на основе методики формирования умений, необходимых для решения текстовых задач) и др. Обобщив указанные подходы, можно выделить два этапа методики обучения решению алгебраических задач учащихся 7 класса. На первом этапе задача учителя состоит в том, чтобы систематически и целенаправленно формировать у учащихся некоторые важные общие учебные и математические навыки. На втором этапе основное внимание должно быть уделено выявлению зависимостей между величинами, входящими в текст задачи, и обучению переводу этих зависимостей на математический язык. Указанные подходы использовались нами при разработке методических материалов для обучения решению алгебраических задач учащихся 7 класса.

Во второй главе работы «Практическая реализация методики обучения решению алгебраических задач учащихся 7 класса (на базе МОУ «ООШ с. Кувыка» Саратовской области)» представлено разработанное методическое обеспечение для обучения решению алгебраических задач учащихся 7 класса, экспериментально проверенное нами на базе МОУ «ООШ с. Кувыка» Саратовской области.

В курсе «Алгебра, 7» по учебнику Ю.Н. Макарычева и др. на решение задач по темам «Уравнение с одной переменной» и «Системы линейных уравнений» отводится 5 уроков. Разработанное нами методическое обеспечение для обучения решению алгебраических задач учащихся 7 класса включает:

- планы уроков по темам «Уравнение с одной переменной. Решение задач», «Системы линейных уравнений. Решение задач»;
- перечень задач для организации внеурочной работы;
- материалы для организации и проведения самостоятельной работы по теме «Решение задач с помощью систем линейных уравнений»;
- карточки коррекции знаний по теме «Уравнение с одной переменной»;

- индивидуальные карточки, предназначенные для закрепления учебного материала темы «Решение задач с помощью уравнений с одной переменной»;
- сценарий внеурочного занятия – математической игры «Редакция» по теме «Решение задач с помощью уравнений».

В качестве примера приведем план урока 1 по теме «Решение задач с помощью уравнений».

Цель урока: формирование умения использовать аппарат уравнений как средство для решения текстовых задач.

Ход урока:

1. Организационный момент – 1 минута.

2. Проверка домашнего задания – 5 минут.

Опрос учащихся у доски: №163 – первый ученик, № 164 – второй ученик.

3. Актуализация опорных знаний – 3 минуты.

Устно сформулировать зависимость между числами, выраженную равенствами:

$$25 - 8 = 17; 36 - x = 16; 4 \cdot 5 = 20; 3x = 21; 26 : 13 = 2; x : 5 = 7.$$

Устно решить уравнения:

$$5x - 3 = x - 19; 4x + 2 = 5x; 0,3x + 0,15 = 0; 9x - 5x.$$

4. Математический диктант – 6 минут.

Вариант 1.

Задание 1. Выразить равенством каждое из следующих соотношений:

$a$  больше  $b$  на  $c$ ;

$x$  меньше  $y$  на  $c$ ;

$a$  больше  $b$  в  $m$  раз;

$x$  меньше  $y$  в  $n$  раз.

Задание 2. Написать:

число, втрое меньшее неизвестного числа;

разность удвоенного неизвестного числа и 14.

Задание 3: Решить уравнения:

$$6x + 3 = 7x - x; 8 - x = 2x + 2.$$

Вариант 2.

Задание 1. Выразить равенством каждое из следующих соотношений:

$a$  меньше  $b$  на 3;

$x$  больше  $y$  вдвое;

$a$  больше  $c$  на  $b$ ;

$a$  меньше  $b$  в  $n$  раз.

Задание 2. Написать:

число, на 7 меньшее неизвестного числа;

сумму 17 и утроенного неизвестного числа.

Задание 3. Решить уравнения:

$$x + 4 = 6 + x - 2; 2x - 3 = x - 19.$$

Заслушать ответы учащихся, работавших у доски: №163 и №164, проверить математический диктант.

5. Изложение нового материала – 6 минут.

Решить задачу – значит найти неизвестное число, о котором говорится в ее условии. Этим числом могут быть: цена, числовые значения периметра, площади, длины пути и т.п.

Применение уравнений позволяет упростить решение многих задач.

Решение задачи с помощью уравнения осуществляется отдельными шагами: неизвестное число обозначают буквой, например  $x$  (чаще всего это число, которое надо найти); устанавливают зависимость, которая существует между неизвестным числом, обозначенным буквой  $x$ , и другими числами, заданными в условии задачи; записывают эту зависимость уравнением; решают уравнение; отвечают на вопрос задачи.

6. Закрепление нового материала – 10 минут.

Задача 1. За 4 часа катер проходит по течению расстояние, в 2,4 раза большее, чем за 2 часа против течения. Какова скорость катера в стоячей воде, если скорость течения 1,5 км/ч?

Задания:

1) Назовите величины, которые связаны зависимостями: одна больше другой в 2,4 раз; одна меньше другой в 2,4 раз.

2) Если катер проходит против течения  $x$  км, то как можно истолковать выражение:  $2,4x$ ? Значение какой из представленных величин известно по условию задачи?

Задача 2. Волейбольная команда школьников выиграла на ... состязаний ..., чем проиграла. Число проигранных состязаний в ... числа состязаний, проведенных вничью. Сколько проведено состязаний, если ничьих было на ..., чем проигрышней?

Задание: используя справочный материал, заполните пропуски в тексте задачи.

Справочный материал: команда школьников выиграла 16 состязаний, проиграла 6 и свела вничью 2.

Задача 3. На школьной математической олимпиаде было предложено 8 задач. За каждую решенную задачу засчитывалось 5 очков, а за каждую нерешенную задачу списывалось 3 очка. Сколько задач правильно решил ученик, если он получил 24 очка?

Задание: установите, к решению каких из приведенных ниже уравнений сводится решение предложенной задачи:

$$5x - 3(8 - x) = 24; \quad 5x - 3(8 + x) = 24; \quad 5x = 24; \quad 5x + 3(8 - x) = 24;$$
$$5(8 - x) - 3x = 24.$$

Задача 4. С противоположных концов катка длиной 180 метров бегут навстречу друг другу два мальчика. Через сколько секунд они встретятся, если начнут бег одновременно и если один бежит со скоростью 9 м/с, а другой – 6 м/с?

Задание: дополните приведенные ниже выражения до уравнения, к которому сводится решение задачи:

$$9x + \dots = 180; \quad 180 \dots = 6x; \quad \dots 9x = \dots$$

7. Решение задач с помощью табличного оформления – 6 минут.

№154 (с записью на доске). Составим таблицу (таблица 1).

Таблица 1

| Участки | Было кустов | Стало кустов |
|---------|-------------|--------------|
| 1       | $5x$        | $5x - 22$    |
| 2       | $x$         | $x + 22$     |

Составим уравнение на основании того, что на обоих участках стало кустов поровну:

$$5x - 22 = x + 22.$$

Решим полученное уравнение:

$$5x - x = 22 + 22, 4x = 44, x = 11.$$

Ответ: 55 и 11 кустов.

№155 (с записью на доске).

Пусть  $x$  км/ч – собственная скорость теплохода. Составим таблицу (таблица 2).

Таблица 2

| Движение теплохода | $v$ (км/ч) | $t$ (ч) | $S$ (км)    |
|--------------------|------------|---------|-------------|
| По течению         | $x + 2$    | 9       | $9(x + 2)$  |
| Против течения     | $x - 2$    | 11      | $11(x - 2)$ |

Составим уравнение на основании того, что путь, пройденный теплоходом за 9 ч. по течению, равен пути, пройденному за 11 ч. против течения:

$$9(x + 2) = 11(x - 2).$$

Решим полученное уравнение:

$$9x + 18 = 11x - 22, 18 + 22 = 11x - 9x, 40 = 2x, x = 20.$$

Ответ: 20 км/ч.

8. Тренировочные упражнения – 5 минут.

№№ 156, 157 – с последующей проверкой.

9. Подведение итогов урока – 1 минута.

10. Сообщение домашнего задания – 2 минуты.

Пункт 8 (контрольные вопросы); №№ 148, 151, 153, 165.

Опытно-экспериментальная работа по проверке эффективности разработанного методического обеспечения проводилась в 2016/2017 учебном году на базе МОУ «ООШ с. Кувыка». В работе приняли участие 8 учащихся 7 класса.

Опытно-экспериментальная работа проводилась в три этапа.

Констатирующий этап эксперимента проводился в сентябре 2016 года. Была поставлена задача: определить исходное состояние сформированности у учащихся 12 умений, необходимых для решения алгебраических задач (педагогическое наблюдение; анализ работ учащихся).

Протокол педагогического наблюдения:

1. Фамилия, имя.
2. Сформированность умения выделять объекты, о которых идет речь в задаче.
3. Сформированность умения выделять условие и вопрос задачи.
4. Сформированность умения выделять известные, неизвестные и искомые величины.
5. Сформированность умения выделять ситуации, имеющиеся в задаче.
6. Сформированность умения выделять и преобразовывать из условия задачи предложения, выраждающие зависимость между величинами.
7. Сформированность умения записывать функциональную зависимость между величинами и выражать величины из формул.
8. Сформированность умения составлять из данной задачи подзадачи.
9. Сформированность умения переводить зависимости между величинами на математический язык.
10. Сформированность умения записывать решение задачи разными способами.
11. Сформированность умения интерпретировать результат решения на языке данной задачи.
12. Сформированность умения выполнять проверку решения задачи.

### 13. Сформированность умения выбирать оптимальный способ решения.

Результаты констатирующего этапа эксперимента (педагогическое наблюдение; анализ работ учащихся) представлены в таблице 3.

Таблица 3 – Результаты констатирующего этапа эксперимента (педагогическое наблюдение; анализ работ учащихся)

| № | Фамилия, имя    | Результаты сформированности отдельных умений |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    | Примечание |
|---|-----------------|--|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|------------|
|   |                 | 2  | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |            |
| 1 | Егоров А.       | +  | + | + | + | - | + | - | - | -  | -  | +  | -  | 6/12       |
| 2 | Корнелюк А.     | +  | + | + | + | - | + | - | - | -  | -  | +  | -  | 6/12       |
| 3 | Мехтиев Ш.      | +  | + | + | + | - | + | - | - | -  | -  | +  | -  | 6/12       |
| 4 | Микова Н.       | +  | + | + | + | + | + | - | + | -  | -  | +  | -  | 8/12       |
| 5 | Новиков Д.      | +  | + | - | - | - | - | - | - | -  | -  | +  | -  | 3/12       |
| 6 | Нисс С.         | +  | + | + | + | - | + | - | - | -  | -  | +  | -  | 6/12       |
| 7 | Хворостухина Н. | +  | + | + | + | + | + | - | + | -  | -  | +  | -  | 8/12       |
| 8 | Эскеров А.      | +  | + | + | + | - | + | - | - | -  | -  | +  | -  | 6/12       |

Формирующий этап эксперимента проводился в октябре-декабре 2016/2017 учебного года. Было проведено пять уроков и одно внеурочное занятие – математическая игра «Редакция» (в рамках Недели математики), на которых мы апробировали разработанное для обучения решению алгебраических задач учащихся 7 класса методическое обеспечение, включающее: планы пяти уроков по темам «Уравнение с одной переменной. Решение задач», «Системы линейных уравнений. Решение задач»; перечень задач для организации внеурочной работы; материалы для организации и проведения самостоятельной работы по теме «Решение задач с помощью систем линейных уравнений»; карточки коррекции знаний по теме «Уравнение с одной переменной»; индивидуальные карточки, предназначенные для закрепления учебного материала темы «Решение задач с помощью уравнений с одной переменной»; сценарий внеурочного занятия – математической игры «Редакция» по теме «Решение задач с помощью уравнений».

Цель контрольного этапа эксперимента (январь 2017 года) заключалась в определении приобретенного в результате обучения состояния

сформированности у учащихся 12 умений, необходимых для решения алгебраических задач (педагогическое наблюдение; анализ работ учащихся).

Результаты контрольного этапа эксперимента (педагогическое наблюдение; анализ работ учащихся) показали приращение сформированности у учащихся всех 12 умений, необходимых для решения алгебраических задач (представлены в таблице 4), что подтверждает эффективность разработанного нами методического обеспечения.

Таблица 4 – Результаты контрольного этапа эксперимента (педагогическое наблюдение; анализ работ учащихся)

| № | Фамилия, имя    | Результаты сформированности отдельных умений |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    | Примечание |
|---|-----------------|--|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|------------|
|   |                 | 2  | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |            |
| 1 | Егоров А.       | +  | + | + | + | + | + | - | - | +  | +  | +  | +  | 10/12      |
| 2 | Корнелюк А.     | +  | + | + | + | + | + | - | + | +  | -  | +  | -  | 10/12      |
| 3 | Мехтиев Ш.      | +  | + | + | + | - | + | + | + | +  | +  | +  | +  | 11/12      |
| 4 | Микова Н.       | +  | + | + | + | + | + | + | + | +  | +  | +  | +  | 12/12      |
| 5 | Новиков Д.      | +  | + | + | + | - | + | - | - | -  | -  | +  | -  | 6/12       |
| 6 | Нисс С.         | +  | + | + | + | + | + | - | + | +  | -  | +  | +  | 10/12      |
| 7 | Хворостухина Н. | +  | + | + | + | + | + | + | + | +  | +  | +  | +  | 12/12      |
| 8 | Эскеров А.      | +  | + | + | + | - | + | + | + | +  | -  | +  | -  | 10/12      |

**Заключение.** Получены теоретические и практические результаты.

1. На основе анализа психолого-педагогической и методико-математической литературы уточнены определения понятий: «задача», «алгебраическая задача», «решение задачи» и охарактеризованы разные подходы к обучению решению алгебраических задач учащихся 7 класса.

2. Разработаны и экспериментально проверены (на базе МОУ «ООШ с. Кувыка» Саратовской области) методические материалы для обучения решению алгебраических задач учащихся 7 класса.