Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛНОЕ УЧЕРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математической экономики
наименование кафедры

«Оптимизация структуры портфеля ценных рисковых бумаг»

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 4 курса 441 группы

направления 09.03.03 – Прикладная информатика
код и наименование направления

механико-математического факультета
наименование факультета

Новиковой Виктории Алексеевны
фамилия, имя, отчество

Научный руководитель

Профессор, доктор ф.-м. н. ______________ С. И. Дудов
должность, уч.степень, уч.звание подпись, дата инициалы, фамилия

Зав. кафедрой

Профессор, доктор ф.-м. н. ______________ С. И. Дудов
должность, уч.степень, уч.звание подпись, дата инициалы, фамилия

Саратов 2017

Актуальность темы данной квалификационной работы заключается в том, что любая сфера человеческой деятельности, в особенности экономика, напрямую связана с принятием решений в условиях неполноты информации. Источники неопределенности могут быть разнообразные: нестабильность экономической или политической ситуаций, неопределенность действий партнеров по бизнесу, случайные факторы и так далее. Другими словами - большое число обстоятельств, просчитать или предугадать которые не может быть возможным.

Экономические решения с учетом перечисленных и множества других неопределенных факторов принимаются в рамках теории принятия решений — аналитического подхода к выбору наилучшего действия, то есть альтернативы, или последовательности действий.

В зависимости от степени определенности возможных исходов или последствий различных действий, с которыми сталкивается лицо, принимающее решение, в теории принятия решений рассматриваются различные типы моделей, но в этой работе используется только один - выбор решения при риске, если каждое действие приводит к одному из множества возможных частных исходов. При этом каждый исход имеет вычисляемую вероятность появления.

Предполагается, что ЛПР эти вероятности известны или их можно определить путем экспертных оценок. Проблема риска в настоящее время - одна из ключевых в экономической деятельности, в частности в управлении производством и финансами.

Под риском обычно подразумевают вероятность (угрозу) потери лицом или организацией части своих ресурсов, недополучения доходов или появления дополнительных расходов в результате осуществления определенной производственной и финансовой политики. Учет этого фактора напрямую отпечатывается на итоге финансового решения.

Проблема**,** рассматриваемая в выпускной квалификационной работе, заключается в том, что инвестиции в ценные бумаги в условиях неопределенности сопряжён с риском того, что фактическая доходность вложений может заметно отличаться от ожидаемой доходности. Данное обстоятельство дает основание считать доходность ценной бумаги случайной величиной и выбор инвестиционной стратегии осуществлять, опираясь на анализ её числовых характеристик: математического ожидания, дисперсии, среднеквадратичного отклонения, ковариации с доходностью других ценных бумаг.

При таком подходе математическое ожидание доходности актива равно ожидаемой доходности, а дисперсия или среднеквадратичное отклонение доходности вполне могут использоваться в качестве меры риска вложений в актив.

Самой лучшей для инвестора стратегией инвестирования в рамках подхода, который мы рассматриваем, была бы стратегия, которая обеспечивает достижение максимальной ожидаемой доходности при минимальном риске вложений, но одновременное достижение этих целей невозможно. Практическим путём было доказано, что большему значению ожидаемой доходности обычно соответствует и большее значение риска вложений.

Выбор портфеля ценных бумаг на основе учета его ожидаемой доходности и риска известен как подход «доходность – риск», впервые сформулированный Г. Марковицем.

Цель данной выпускной квалифицированной работы – изучение основ портфельного инвестирования и применение полученных знаний на практических заданиях, анализ полученных результатов.

Для достижения поставленной цели были поставлены следующие ***задачи***:

- нахождение структуры портфеля, значение доходности и риска портфеля;
- провести анализ по полученным данным.

Методологическую основу исследования составили труды Дудова С. И., Дуброва А.М., Малыхина В.И. и др.

Структура. В этой работе представлена теория, помогающая изучению портфельного инвестирования, постановка и решение задачи оптимизации структуры портфеля, также рассмотрение и отыскание экспериментальным способом структуры портфеля, значение доходности и риска акций четырёх разных компаний, проведение анализа полученных результатов, заключение, список использованных источников в количестве 25 штук и приложения.

ОСНОВНОЕ СОЖЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность исследования, показывается степень разработанности проблемы, ставятся:

- цель,
- задачи,
- указывается методологическая основа, обозначается апробация и внедрение результатов.

Непосредственно в главах разбирается сама суть выпускной квалификационной работы.

Выбор портфеля ценных бумаг на основе учета его ожидаемой доходности и риска известен, как подход «доходность — риск», который впервые был сформулирован Г. Марковицем. Дальнейшее развитие подход получил благодаря работам Дж. Тобина, У. Шарпа, С. Росса и др.

В рамках данного подхода предполагается, что инвестор стремится максимизировать ожидаемую доходность портфеля при заданном уровне риска, либо минимизировать риск при заданном уровне ожидаемой доходности посредством диверсификации вложений.

Используются следующие предположения относительно предпочтений инвестора:

1) о «ненасыщаемости» инвестора: при выборе из двух идентичных во всем, кроме ожидаемой доходности, портфелей инвестор выбирает портфель с большей ожидаемой доходностью;

2) о том, что инвестор избегает риска: при выборе из двух идентичных во всем, кроме риска, портфелей он предпочитает портфель с меньшим риском.

Постановка задачи. Задача заключается в отыскании структуры $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)^T$ портфеля, которая обеспечила бы достижение заданной ожидаемой доходности портфеля m_p с минимальным риском. Математическая формулировка задачи имеет вид:

$$D_p = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i x_j V_{ij} \to \min_x, \tag{1}$$

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_n = 1, m_1x_1 + m_2x_2 + \cdots + m_nx_n = m_p \tag{2}$$

Если принять обозначение $I = (1, 1, \dots, 1)^T \in R^n$, то задачу можно переписать в матричной форме:

$$D_p = x^T V x \to \min_x, \tag{3}$$

$$I^T x = 1, m^T x = \ m_p \tag{4}$$

Соотношения (3) – (4) представляют собой формализованное описание задачи отыскания оптимального, в смысле подхода «доходность – риск», портфеля рисковых ценных бумаг, которая известна как задача Марковица.

Вектор x^*, являющийся решением задачи (3) – (4), определяет структуру оптимального портфеля среди всех возможных портфелей с ожидаемой доходностью m_p. Заметим, что в рассматриваемом случае некоторые компоненты вектора x^* могут принимать отрицательные значения, что означает рекомендацию инвестору совершить относительно соответствующих активов операцию «короткая продажа».

Множество возможных или достижимых портфелей, в данном случае это множество всех портфелей, удовлетворяющих условиям (3).

Аналитическое решение поставленной задачи. Задача (1) представляет собой классическую задачу на условный экстремум с двумя ограничениями типа равенства.

Все функции, определяющие постановку задачи, являются непрерывно дифференцируемыми на R^n. Следовательно, для ее решения можно использовать теорему Лагранжа. Функция Лагранжа для данной задачи имеет вид:

$$L(x, \lambda) = \lambda_0 x^T V x + \lambda_1 (I^T x - 1) + \lambda_2 (m^T x - m_p) \tag{5}$$

Градиенты функций $(I^T x - 1)'_x = I$ и $(m^T x - m_p)'_x = m$ можно считать линейно независимыми, ввиду тривиальности задачи в противном случае. Поэтому множитель λ_0 можно считать равным 1.

Отметим также, что любое нижнее лебегово множество целевой функции $\{x \in R^n \colon x^T V x \leq \alpha\}$, ввиду положительной определенности матрицы V, представляет собой эллипсоид, а значит, является ограниченным замкнутым множеством. Поэтому по теореме Вейерштрасса решение задачи заведомо существует.

Итак, в соответствии с теоремой Лагранжа, если вектор x является решением задачи (3) – (4), то существуют такие λ_1и λ_2, что $L'_x(x, \lambda) = 0_n$. Учитывая вид (5) функции Лагранжа и полагая $\lambda_0 = 1$, получаем

$$L'_x(x, \lambda) = 2Vx + \lambda_1 I + \lambda_2 m = 0.$$

Отсюда получаем

$$Vx = -\frac{\lambda_1}{2} I - \frac{\lambda_2}{2} m. \tag{6}$$

Поскольку положительно определенная матрица V невыраждена, то умножая слева правую и левую части равенства (6) на обратную матрицу V^{-1}, имеем:

$$x = -\frac{\lambda_1}{2}V^{-1}I - \frac{\lambda_2}{2}V^{-1}m. \qquad (7)$$

Теперь подставим (7) в равенства (4):

$$-\frac{\lambda_1}{2}I^T V^{-1}I - \frac{\lambda_2}{2}I^T V^{-1}m = 1, \qquad (8)$$

$$-\frac{\lambda_1}{2}m^T V^{-1}I - \frac{\lambda_2}{2}m^T V^{-1}m = m_p. \qquad (9)$$

Решая линейную относительно λ_1и $\lambda_2 1$ систему уравнений (8) – (9) и подставляя найденное решение в (6), получаем оптимальную структуру портфеля x^* в виде:

$$x^* = b + cm_p, \qquad (10)$$

где *b* и с — векторы размерности *n*:

$$b = \frac{1}{d}(a_{22}V^{-1}I - a_{12}V^{-1}m),$$

$$c = \frac{1}{d}(a_{11}V^{-1}m - a_{12}V^{-1}I),$$

а *d* и a_{ij} — следующие числовые значения:

$$a_{11} = I^T V^{-1} I, a_{12} = I^T V^{-1} m,$$

$$a_{22} = m^T V^{-1} m, d = a_{11} a_{22} - a_{12}^2$$

Портфель ценных бумаг со структурой, определяемой по формуле (10), будем называть оптимальным по Марковицу. Ему соответствует минимальная дисперсия доходности портфеля, определяемая по формуле:

$$\sigma_p^2 = x^{*T} V x^* = m_p^2 c^T V c + 2 m_p b^T V c + b^T V b. \qquad (11)$$

При невозможности операции «короткая продажа» необходимо наложить дополнительное ограничение на структуру портфеля вида $x_i \geq 0, i = \overline{1,n}$. Для решения получаемой задачи используются численные методы для приближённого решения.

Выбор функции полезности. Функция вида $U(x) = \alpha m^T x - (1-\alpha) x^T V x$ способна отражать интересы инвестора по формированию его портфеля ценных бумаг. Параметр $\alpha \in [0,1]$ может выражать степень склонности инвестора к риску. Чем ближе α к 1, тем более он склонен к риску с целью получить портфель с большей доходностью.

Рассмотрим задачу:

$$\alpha m^T x - (1-\alpha) x^T V x \to \max_x \quad , \alpha \in [0,1] \qquad (12)$$

$$I^T x = 1 \qquad (13)$$

К решению этой задачи можно применить теорему Лагранжа. Функция Лагранжа имеет вид:

$$L(x,\lambda) = \lambda_0 (\alpha m^T x - (1-\alpha) x^T V x) + \lambda_1 \left(I^T x - 1 \right).$$

Поскольку $(I^T x - 1)'_x = I \neq 0_n$, то условие регулярности выполняется. Поэтому можно считать $\lambda_0 = 1$.

Если вектор x является решением задачи (4) – (5), то по теореме Лагранжа существует λ, такая что $L'_x(x, \lambda) = 0_n$.

$$L'_x(x, \lambda) = \alpha m - (1 - \alpha) 2Vx + \lambda I = 0_n$$

$$Vx = \frac{\alpha m + \lambda I}{2 \cdot (1 - \alpha)}$$

Положительно определенная матрица V является невырожденной. Умножим слева, правую и левую части равенства на обратную матрицу V^{-1}:

$$V^{-1} V x = V^{-1} \cdot \frac{\alpha m + \lambda I}{2 - 2\alpha},$$

получаем

$$x = V^{-1} \cdot \left(\frac{\alpha m + \lambda I}{2 \cdot (1 - \alpha)} \right). \tag{14}$$

Далее имеем:

$$\alpha I^T V^{-1} m + \lambda I^T V^{-1} I = 2 \cdot (1 - \alpha) \tag{15}$$

(16)

$\lambda I^T V^{-1} I = 2 \cdot (1 - \alpha) - \alpha I^T V^{-1} m.$

Из (16) вытекает:

$$\lambda = \frac{2\cdot(1-\alpha) - \alpha I^T V^{-1} m}{I^T V^{-1} I} = \frac{2\cdot(1-\alpha) - \alpha\cdot a_{12}}{a_{11}}, \tag{17}$$

где $a_{11} = I^T V^{-1} I, a_{12} = I^T V^{-1} m$.

В итоге получаем следующую формулу для оптимальной структуры портфеля:

$$x^* = \frac{\alpha V^{-1} m}{2\cdot(1-\alpha)} + \frac{V^{-1} I}{2\cdot(1-\alpha)}\cdot\left(\frac{2\cdot(1-\alpha) - \alpha I^T V^{-1} m}{I^T V^{-1} I}\right) =$$

$$= \frac{\alpha}{2\cdot(1-\alpha)}\cdot\left(V^{-1} - \frac{V^{-1} I I^T V^{-1}}{I^T V^{-1} I}\right)\cdot m + \frac{V^{-1} I}{I^T V^{-1} I} =$$

$$= \frac{1}{2\cdot(1-\alpha)}\cdot\left[\alpha V^{-1} m + \left(\frac{2\cdot(1-\alpha) - \alpha\cdot a_{12}}{a_{11}}\right)\cdot V^{-1} I\right] =$$

$$= \frac{1}{a_{11}} V^{-1} I + \frac{\alpha}{2\cdot(1-\alpha)}\cdot\left[V^{-1} m - \frac{a_{12}}{a_{11}}\cdot V^{-1} I\right]$$

x^* – оптимальный по Марковицу портфель ценных бумаг. Ему соответствует минимальная дисперсия доходности портфеля:

$$D^*(\alpha) = x^* V x^* =$$

$$= \frac{1}{4\cdot(1-\alpha)^2}\cdot\left[\alpha V^{-1} m + \frac{2\cdot(1-\alpha) - \alpha\cdot a_{12}}{a_{11}}\right]^T \cdot V\left[\alpha V^{-1} m + \frac{2\cdot(1-\alpha) - \alpha\cdot a_{12}}{a_{11}}\cdot V^{-1} I\right] =$$

$$= \frac{1}{4\cdot(1-\alpha)^2}\cdot\left[\begin{matrix}\alpha^2 m^T V^{-1} m + \alpha\cdot\dfrac{2\cdot(1-\alpha) - \alpha\cdot a_{12}}{a_{11}}(m^T V^{-1} I + I^T V^{-1} m) + \\ + \left(\dfrac{2\cdot(1-\alpha) - \alpha\cdot a_{12}}{a_{11}}\right)^2 \cdot I^T V I\end{matrix}\right] =$$

$$= \frac{1}{4\cdot(1-\alpha)^2}\left(\begin{matrix}\alpha^2 a_{22} + 2\alpha\cdot\dfrac{2\cdot(1-\alpha) - \alpha\cdot a_{12}}{a_{11}}\cdot a_{12} \\ + \dfrac{(2\cdot(1-\alpha) - \alpha\cdot a_{12})^2}{a_{11}}\end{matrix}\right).$$

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Задачи практической части:

1) Выбрать акции 4 различных компаний;

2) Провести различные эксперименты, меняя в каждом эксперименте одну компанию;

3) Статистическим подходом найти $m = (m_1, m_2, m_3)$ и $V = (V_{ij}), ij = \overline{1,3}$;

4) Подставить в полученные в пункте 4 формулы и получить:

- Структуру портфеля;
- Значение доходности;
- Значение риска.

Для проведения эксперимента были взяты реальные данные цен открытий акции 4 компаний: «Татнефть», «Газпром нефть», «Роснефть» и «Башнефть» в период с 17.03.2017 г. по 27.04.2017 г. Все данные взяты с сайта «РБК Квота» в разделе «Котировки».

Было решено сделать 4 эксперимента:

1 случай - «Татнефть», «Газпром нефть», «Роснефть»;

2 случай - «Башнефть», «Газпром нефть», «Роснефть»;

3 случай - «Татнефть», «Газпром нефть», «Башнефть»;

4 случай - «Татнефть», «Газпром нефть», «Башнефть».

Чтобы найти математическое ожидание компаний – вектор m – нужно сложить все числа и поделить на количество дней, которые рассматриваются в эксперименте. Проделав эту процедуру в *Exel*, получили ответ:

$$m^1 = (346{,}89; 202{,}82; 322{,}05),$$

$$m^2 = (3489{,}88; 202{,}82; 322{,}05),$$

$$m^3 = (346{,}89; 3489{,}88; 322{,}05),$$

$$m^4 = (346{,}89; 202{,}82; 3489{,}88).$$

Для подсчёта матрицы ковариаций, использовалась тоже программа *Exel.*

Матрицы ковариаций имеют вид:

$$V^1 = \begin{pmatrix} 227{,}73 & 11{,}71 & 11{,}82 \\ 11{,}71 & 10{,}60 & 14{,}77 \\ 11{,}82 & 14{,}77 & 53{,}23 \end{pmatrix};$$

$$V^2 = \begin{pmatrix} 31292{,}44 & 69{,}75 & 119{,}19 \\ 69{,}75 & 10{,}60 & 14{,}77 \\ 119{,}19 & 14{,}77 & 53{,}23 \end{pmatrix};$$

$$V^3 = \begin{pmatrix} 227{,}73 & 1827{,}00 & 11{,}82 \\ 1827{,}00 & 31292{,}44 & 119{,}19 \\ 11{,}82 & 119{,}19 & 53{,}23 \end{pmatrix};$$

$$V^4 = \begin{pmatrix} 227{,}73 & 11{,}71 & 1827{,}00 \\ 11{,}71 & 10{,}60 & 69{,}75 \\ 1827{,}00 & 69{,}75 & 31292{,}44 \end{pmatrix}.$$

Сравнив соотношение доходностей и рисков каждой из рассмотренных компаний, нужно выбрать наиболее выгодную для инвестора.

Решение задачи Г. Марковица при различных уровнях доходности портфеля

Для подсчёта данных использовалась программа Wolfram Mathematica.

Расчёты проведены с данными компаний из 3 случая – «Татнефть», «Газпром нефть», «Башнефть».

Таблица 1. – Решение задачи Марковица при разных значениях параметра

m_p	σ_p	x_1	x_2	x_3
160	1,43	0,09	0,97	-0,06
190	1,9	0,15	0,80	0,05

220	2,89	0,2	0,6	0,2
250	4,04	0,26	0,46	0,28
280	5,22	0,32	0,28	0,4
310	6,45	0,37	0,12	0,51
340	7,68	0,43	-0,06	0,63
370	8,92	0,48	-0,22	0,74
400	0,16	0,54	-0,4	0,86
430	1,41	0,59	-0,56	0,97

Решение задачи по оптимизации функции полезности

Таблица 2. – Решение задачи с разными значениями параметра α

α	m_p	σ_p	x_1	x_2	x_3
0	159,92	1,43	0,09	0,097	-0,06
0,1	191,54	1,95	0,15	0,79	0,06
0,2	231,06	3,3	0,22	0,56	0,21
0,3	281,91	5,31	0,32	0,27	0,40
0,4	349,61	7,9	0,44	-0,11	0,66
0,5	444,4	12	0,62	-0,65	1,03
0,6	586,7	17,95	0,81	-1,46	1,57
0,7	83,8	27,86	1,32	-2,8	2,48
0,8	1298,07	47,73	2,2	-5,5	4,3
0,9	2720,76	107,4	4,84	-13,59	9,76

Оптимизация функции полезности со значениями параметра, равными 0 и $\frac{1}{2}$:

Структура портфеля:

Для 1 случая, при $\alpha = 0$: $x_1^* = (0{,}01;\ 1{,}13; -0{,}12)$;

Для 1 случая, при $\alpha = \frac{1}{2}$: $x_1^* = (0{,}36;\ -1{,}02; 1{,}66)$;

Для 2 случая, при $\alpha = 0$: $x_2^* = (0{,}01;\ 1{,}12;\ -0{,}12)$;

Для 2 случая, при $\alpha = \frac{1}{2}$: $x_2^* = (0{,}05;\ -0{,}60;\ 1{,}55)$;

Для 3 случая, при $\alpha = 0$: $x_3^* = (0{,}28;\ -0{,}02;\ 0{,}73)$;

Для 3 случая, при $\alpha = \frac{1}{2}$: $x_3^* = (-0{,}20;\ 0{,}06;\ 0{,}73)$;

Для 4 случая, при $\alpha = 0$: $x_4^* = (0{,}02;\ 0{,}98;\ -0{,}01)$;

Для 4 случая, при $\alpha = \frac{1}{2}$: $x_4^* = (-0{,}16;\ 1{,}10;\ 0{,}06)$.

Значение доходности портфеля:

Для 1 случая, при $\alpha = 0$: $m_{1p} = 187{,}14$;

Для 1 случая, при $\alpha = \frac{1}{2}$: $m_{1p} = 452{,}77$;

Для 2 случая, при $\alpha = 0$: $m_{2p} = 182{,}75$;

Для 2 случая, при $\alpha = \frac{1}{2}$: $m_{2p} = 557{,}71$;

Для 3 случая, при $\alpha = 0$: $m_{3p} = 271{,}82$;

Для 3 случая, при $\alpha = \frac{1}{2}$: $m_{3p} = 507{,}04$;

Для 4 случая, при $\alpha = 0$: $m_{4p} = 195{,}80$;

Для 4 случая, при $\alpha = \frac{1}{2}$: $m_{4p} = 376{,}45$.

Значение риска портфеля:

Для 1 случая, при $\alpha = 0$: $\sigma_{1p}^2 = 10, \sigma_{1p} = 3{,}16$;

Для 1 случая, при $\alpha = \frac{1}{2}$: $\sigma_{1p}^2 = 143, \sigma_{1p} = 11{,}96$;

Для 2 случая, при $\alpha = 0$: $\sigma_{2p}^2 = 10, \sigma_{2p} = 3{,}16$;

Для 2 случая, при $\alpha = \frac{1}{2}$: $\sigma_{2p}^2 = 197, \sigma_{2p} = 14{,}03$;

Для 3 случая, при $\alpha = 0$: $\sigma_{3p}^2 = 40, \sigma_{3p} = 6{,}32$;

Для 3 случая, при $\alpha = \frac{1}{2}$: $\sigma_{3p}^2 = 507, \sigma_{3p} = 22{,}52$;

Для 4 случая, при $\alpha = 0$: $\sigma_{4p}^2 = 196, \sigma_{4p} = 14$;

Для 4 случая, при $\alpha = \frac{1}{2}$: $\sigma_{4p}^2 = 376, \sigma_{4p} = 19{,}39$.

Сравнение и анализ результатов

Сравнение результатов расчетов, проведенных при решении задачи Марковица и по оптимизации функции полезности и отраженных в таблицах, позволяет сделать следующие выводы:

1) оптимальные по Марковицу портфели при значениях ожидаемой доходности $m_p = 160$ и при $m_p = 190$ по структуре и значению риска очень близки к портфелям, которые оптимизируют функцию полезности при значениях $\alpha = 0$ и $\alpha = 0{,}1$ соответственно. Этот факт косвенно подтверждает корректность расчетов, поскольку эффективные портфели при одинаковом значении ожидаемой доходности должны иметь одинаковую структуру при любой разумной функции полезности;

2) при увеличении параметра α до значений близким к 1 у портфеля, оптимизирующего функцию полезности, быстро растет ожидаемая доходность с одновременным быстрым ростом риска. Это является следствием того, что в формуле структуры оптимального портфеля во втором слагаемом есть множитель $\alpha \cdot (1-\alpha)^{-1}$, который быстро растет при α, стремящемуся к 1.

Целью рассмотрения выбранные компаний было сравнение показателей и проведение качественного анализа, выявление операции «короткая продажа» в учебных целях, цель достигнута.

В Приложении выпускной квалификационной работы представлены все данные о ценах открытия каждодневной операции, оформленные в отдельные таблица по каждому рассмотренному случаю.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной выпускной квалификационной работе была рассмотрена задача Г. Марковица и задача оптимизации структуры портфеля по заданной функции полезности и проведение исследования экспериментальным способом портфеля ценных бумаг 4-ёх разных компаний. *В итоге*, мы решили экономические задачи путём нахождения структуры портфеля, значение доходности и риска и провели анализ по полученным данным.