

Министерство образования и науки Российской Федерации  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.  
ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиотехники и электродинамики

наименование кафедры

**Анализ плазмонов на метаповерхностях**  
**АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ**

студента 4 курса 422 группы

направления (специальности) 03.03.03 Радиофизика  
физического факультета

наименование факультета, института, колледжа

Ермолова Алексея Алексеевича

фамилия, имя, отчество

Научный руководитель

Прфессор кафедры профессор, д.ф.-м.н.

должность, ученая степень, звание

М.В.Давидович

подпись, дата

инициалы, фамилия

Зав. кафедрой

Зав. кафедрой, д.ф.-м.н., проф.

должность, ученая степень, звание

О.Е. Глухова

подпись, дата

инициалы, фамилия

Саратов 2017

## Введение

Плазмон – это квазичастица, которая отвечает за квантование плазменных колебаний, представляющие собой колебания свободного электронного газа. В оптических свойствах металлов плазмоны имеют большую роль.

Поверхностные плазмоны – это плазмоны которые ограничены поверхностью. Поверхностные плазмоны при взаимодействии со светом приводят к образованию поляритонов. Поляритоны – составная квазичастица, которая возникает при взаимодействии элементарных возбуждений среды с фотонами. Их взаимодействие самое сильное при условии, что их волновые векторы и частоты совпадают. Так получаются поляритоны. Поляритоны используются в объяснении аномалий в дифракции металлов и поверхностном усилении рамановского рассеяния света. Поверхностный плазменный резонанс используют в биохимии, для того чтобы определить присутствие или отсутствие молекул на поверхности.

В последние полтора-два десятилетия широко исследуются, применяются и вызывают повышенный интерес искусственные среды – метаматериалы, обладающие свойствами, выходящими за пределы свойств природных материалов. Интересны различные их свойства: механические, акустические, теплофизические, электрофизические, электромагнитные и ряд других. Часто под метаматериалами понимаются среды с отрицательной рефракцией, которые в подавляющем числе случаев называют средами с отрицательным показателем преломления или одновременно отрицательными диэлектрической  $\epsilon$  и магнитной  $\mu$  проницаемостями.

Можно выделить два класса: периодические метаматериалы (при слабой диссипации их можно называть фотонными или электромагнитными кристаллами) и смеси – метаматериалы со случайным характером включений. Часто выделяют класс плазмонных кристаллов. Интересны структуры с квантовыми точками (с включениями порядка десятков атомов), квантовыми нитями (двумя размерами порядка нанометров) и квантовыми ямами, которые содержать двумерные структуры, например, графеновые листы или сверхтонкие металлические пенки с точчиной порядка нанометров. Моделирование таких структур базируется на сочетании подходом электродинамики, квантовой механики в сочетании с квантовой статистической механикой и теорией переноса.

Метаповерхности (МП) суть двумерный аналог метаматериалов. Они стали интенсивно исследоваться недавно. Толчок к исследованиям дало открытие двумерного материала – графена. В качестве МП может выступать поверхность метаматериала, однако возможно создание искусственных изолированных МП, или расположение таких МП на поверхностях обычных природных материалов. Можно выполнять определенные элементы на поверхности природного материала. Технологически изготовление таких структур проще, чем изготовление трехмерных метаматериалов. Характерным параметром электромагнитной волны  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(i\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})$

является длина волны  $\lambda$  в вакууме (для нее  $|\mathbf{k}| = k_0 = \omega/c$ ). Пусть  $t$  – толщина МП. Структуру МП можно двумерная, если  $t \ll \lambda$ . Можно рассматривать МП и при  $t \sim \lambda$ . В противном случае это уже объемное тело.

## Основное содержание работы

Для моделирования волн вдоль сложно структурированных метаповерхностей используют коммерческие пакеты программ, рассчитывающие интенсивности полей, однако они не позволяют получать ряд других результатов, которые дают аналитические методы. К аналитическим методам относятся метод сшивания или метод частичных областей(МЧО), а также метод матриц передачи(ММП) и метод трансформации импедансов(МТИ), которые являются пригодными для простых плоскослоистых структур. Для плоскослоистой структуры систему координат можно повернуть так, что Е-ПП будет иметь компоненты  $E_x$ ,  $E_z$ ,  $H_y$ , а Н-ПП соответственно  $H_x$ ,  $H_z$ ,  $E_y$ . Вставим нормированные к  $Z_0$  импедансы в слоях:  $\rho_i^e = k_{iz}/(k_0\epsilon_i)$ ,  $\rho_i^h = k_0\mu_i/k_{iz}$ , где  $k_{iz} = \sqrt{k_0^2\epsilon_i\mu_i - k_x^2}$  – компонента волнового вектора. Здесь индексом  $i$  обозначены параметры слоя с этим номером: ДП, магнитная проницаемость (МП) и толщина  $t_i$ . Нормированная матрица передачи слоя определяется через введенные величины [9]. Именно,  $a_{11} = a_{22} = \cos(\theta_i)$ ,  $a_{12} = i\rho_i \sin(\theta_i)$ ,  $a_{21} = (i/\rho_i) \sin(\theta_i)$ ,  $\theta_i = k_{iz}t_i$ . Нормированные волновые сопротивления могут быть двух типов: электрического и магнитного  $\rho_i = \rho_i^{(e,h)}$ . Для пленки с проводимостью  $\sigma$  будем иметь нормированную матрицу передачи:

$$\hat{a}_\sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \sigma Z_0 & 1 \end{bmatrix}$$

Дисперсионное уравнение (ДУ), следовательно, получается произведением матриц слоев и пленок и наложением граничных условий, сводящихся к подключению к полной матрице структуры определенных импедансов. Вид граничных импедансов определяется условиями втекания или вытекания волн, а ДУ сводится к равенству нулю определителя, полученной однородной системы двух уравнений с двумя неизвестными (амплитудами волн).

МТИ основан на формуле пересчета импедансов:

$$Z_{in} = W_i^{(e,h)} \frac{Z_L + iW_i^{(e,h)} \tan(k_{iz}t_i)}{W_i^{(e,h)} + iZ_L \tan(k_{iz}t_i)} \quad (2)$$

В ней  $Z_{in}$  – входной импеданс на границе слоя,  $Z_L$  – нагрузочный импеданс на другой границе слоя,  $W_i^{(e,h)} = Z_0\rho_i^{(e,h)}$  – волновое сопротивление слоя. В случае многослойной структуры формула применяется многократно

и определяется  $Z_{in}$  структуры. На границе с вакуумом  $Z_L = \pm Z_0 \rho_0^{(e,h)}$ . Знак “+” соответствует вытеканию, знак “–” – вытеканию, индекс “0” – вакууму. На другой границе с вакуумом определяем ДУ из условия  $\pm Z_0 \rho_0^{(e,h)} = Z_{in}$ . Здесь знак “+” соответствует втеканию из вакуума в структуру, знак “–” – вытеканию.

Рассмотрим метод интегральных уравнений (ИУ), универсальный для решения задач электродинамики. В случае импедансных структур он сводится к поверхностным импедансным ИУ. В случае диэлектрических структур удобны объемные ИУ и интегродифференциальные уравнения (ИДУ). В общем случае используем объемно-поверхностные ИДУ. Эти методы применимы к любым конфигурациям и любым средам, также включая неоднородные, анизотропные и бианизотропные. Для волноведущих структур с волнами вдоль оси  $x$  имеет место зависимость  $\exp(i\omega t - ik_x x)$ , поэтому необходимо найти поля в виде  $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}(y, z) \exp(-ik_x x)$ ,  $\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}(y, z) \exp(-ik_x x)$ . Далее объемные (трехмерные) ИУ и ИДУ сводятся к двумерным, определенным на поперечном сечении структуры. Решения этих уравнений стоит искать, именно в такой конечной двумерной области. Если структура бесконечна по одной из поперечных координат, допустим,  $y$ , а решения от нее не зависят или они имеют зависимость  $\exp(-ik_y y)$ , то ИУ и ИДУ определены на отрезке оси  $z$ . Результат ИУ можем получить несколькими способами. Самый удобный из способов, основан на Функции Грина (ФГ). Также на базе ФГ можно получить ДУ.

С помощью метода ИУ можно рассмотреть структуры с объемными токами поляризации и поверхностными токами (проводящими пленками). В диэлектрической среде проводящую пленку можно моделировать поверхностной проводимостью, если ее толщина  $h$  существенно меньше длины волны, соответствующей ей среды и меньше глубины проникновения в нее поля. Интегрирование в бесконечных пределах по  $x$  сводит 3D скалярную ФГ [5] к двумерной ФГ. Для произвольной однородной по  $x$  магнитодиэлектрической структуры в вакууме 2D скалярная ФГ имеет вид [5]  $G(\mathbf{r}_\tau - \mathbf{r}'_\tau) = -(i/4) H_0^{(2)}(\kappa R)$ , где  $R = |\mathbf{r}_\tau - \mathbf{r}'_\tau| = \sqrt{(y - y')^2 + (z - z')^2}$ ,  $\kappa = \sqrt{k_0^2 - \gamma^2}$  – поперечное волновое число в вакууме. Эту ФГ можно представить так:

$$G(\mathbf{r}_\tau - \mathbf{r}'_\tau) = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp\left(-ik_y(y - y') - \sqrt{k_y^2 + \gamma^2 - k_0^2}|z - z'|\right)}{\sqrt{k_y^2 + \gamma^2 - k_0^2}} dk_y = \\ = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp\left(-ik_y(z - z') - \sqrt{k_z^2 + \gamma^2 - k_0^2}|y - y'|\right)}{\sqrt{k_z^2 + \gamma^2 - k_0^2}} dk_z, \quad (3)$$

а также и в виде

$$G(\mathbf{r}_\tau - \mathbf{r}'_\tau) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-ik_y(y-y')-ik_z(z-z'))}{k_y^2 + k_z^2 + \gamma^2 - k_0^2} dk_y dk_z \quad (4)$$

Здесь мы обозначили  $\gamma = \beta - i\alpha = k_x$ . Целью задачи о свободных волнах является определение зависимости  $\gamma = \gamma(k_0)$  (или  $\kappa(k_0)$ ). Под собственными волнами будем понимать решение самосопряженной краевой задачи. Существует 3 типа свободных волн: собственные, несобственные, квазисобственные. Примером несобственных волн служат вытекающие и антиповерхностные волны, а примером собственных волн – поверхностные волны вдоль недиссипативных структур. Представления (3) и (4) часто более удобны, чем через функцию Ганкеля. Если структура однородна по  $y$ , то при интегрировании по этой координате в первом представлении ФГ (3) возникает дельта-функция  $\delta(k_y)$ , и в результате интегрирования получаем  $G(z-z') = \exp(-i\kappa|z-z'|)/(2i\kappa)$ . Нетрудно видеть, что эта ФГ удовлетворяет уравнению  $(\partial^2/\partial z^2 + \kappa^2)G(z-z') = -\delta(z-z')$ . Учитываем, что  $\partial|z|/\partial z = \text{sgn}(z)$  и  $(\partial/\partial z)\text{sgn}(z) = 2\delta(z)$ . Электрическое поле в этом случае ищем в виде  $\mathbf{E}(x, z) = \mathbf{E}(z)\exp(-i\gamma z)$ . Аналогичный вид имеет и магнитное поле, но его можно выразить через  $\mathbf{E}(z)$ . В частности, для Е-ПП  $H_y(x, z) = H_y(z)\exp(-i\gamma z)$ . Также через  $H_y$  выражаются обе компоненты электрического поля. ИУ можно формулировать относительно поля  $\mathbf{E}(z)$ , относительно поля  $\mathbf{H}(z)$ , или относительно обоих полей. Они создают в структуре плотности токов поляризации: электрического  $\mathbf{J}_p^e(\mathbf{r}) = i\omega\epsilon_0(\hat{\epsilon}(y, z) - \hat{I})\mathbf{E}(\mathbf{r})$  и магнитного  $\mathbf{J}_p^h(\mathbf{r}) = i\omega\epsilon_0(\hat{\mu}(y, z) - \hat{I})\mathbf{H}(\mathbf{r})$ . Если имеются проводящие пленки, например, графеновые или тонкие металлические, то они характеризуются поверхностью плотностью тока  $\mathbf{J}_s(x, y, z) = \mathbf{J}_s(y, z)\exp(-i\gamma x)$ . Все токи создают вектор-потенциалы

$$\mathbf{A}^{(e,m)}(\mathbf{r}) = \int G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \mathbf{J}^{(e,h)}(\mathbf{r}') d^3 r' \quad (5)$$

Интеграл в (5) сводится к интегралу по поперечному сечению структуры (в случае токов поляризации) или по контуру (в случае поверхностного тока). При этом зависимость (5) от продольной координаты дается множителем  $\exp(-i\gamma x)$ . Поэтому дифференцирование по  $x$  эквивалентно умножению на  $-i\gamma$ . Находим поля, при этом экспоненциальный множитель во всех соотношениях сокращается. Для плоскослоистых структур в случае отсутствия зависимости от  $y$  интегралы по сечению становятся интегралами по отрезку  $z_1 < z < z_2$ , а интеграл от поверхностной плотности тока вырождается в функциональную связь. Интегральная связь имеет место, только если поверхностная проводимость неоднородная:  $\sigma = \sigma(y)$ .

Идеальный ПП в недиссипативной среде имеет неограниченное замедление и как квазичастица соответственно неограниченный импульс на частоте плазмонного резонанса  $\omega_s$ . Диссипация реально ограничивает замедление и импульс, а их максимумы получаются чуть ниже  $\omega_s$ . Для определения условия максимума и максимального замедления следует решать уравнения  $\partial k'_x(\omega_s)/\partial \omega = 0$ ,  $n'_{\max} = k'_x(\omega_s)/k_0$  и определять потери  $k''_x(\omega_s)$ . Даже для простейшей явной зависимости замедления  $n = [\varepsilon/(\varepsilon+1)]^{1/2}$  Е-ПП над полупространством поиск максимума приводит к алгебраическому уравнению весьма высокой степени, т.е. не дает аналитического решения. В отсутствии диссипации  $\omega'_s = \omega_s$ . Полагая это для малой диссипации  $\varepsilon'' \ll |\varepsilon'|$ , имеем  $\varepsilon' = -1$ , и тогда

$$k'_x(\omega_s) \approx \frac{k_0(1 + \varepsilon''/2)}{\sqrt{2\varepsilon''}} \quad k''_x(\omega_s) \approx \frac{k_0(1 - \varepsilon''/2)}{\sqrt{2\varepsilon''}}$$

Потери при резонансе велики даже при малой диссипации. Более грубая оценка:  $k'_x \approx k''_x \approx k_0/\sqrt{2\varepsilon''}$ . Для металла  $\varepsilon'' = \omega_p^2 \omega_c / (\omega_s^3 + \omega_s \omega_c^2) \approx (\varepsilon_L + 1)^{3/2} \omega_c / \omega_p$ , и при  $\omega_c / \omega_p = 10^{-3}$  получаем  $\varepsilon'' \sim 0.03$ . Максимальные потери имеют место на частоте плазмонного резонанса (аналогично рис. 1, 2), но небольшая отстройка вниз позволяет получить достаточно медленные плазмоны с приемлемыми потерями. В случае многослойной среды с импедансной поверхностью имеем неявные уравнения. Для медленных электрических волн важны условия  $\rho''^2(k_x) \gg 1$  и  $\rho''^2(k_x) \gg \rho'^2(k_x)$ . Тогда

$$k_x \approx \sqrt{1 + \rho''^2 - \rho'^2} \left( 1 - \frac{i\rho'\rho''}{1 + \rho''^2 - \rho'^2} \right)$$

но надо иметь в виду, что входящие в правую часть величины также зависят от  $k_x$ .

Таким образом, задача получения медленных ПП с малыми потерями состоит в синтезе таких структур, реальная часть поверхностного импеданса которых мала, а реактивная велика при малых значениях угла скольжения плоской волны с  $p$ -поляризацией. Для Н-ПП это утверждение остается в силе при замене импеданса на поверхностную проводимость и  $p$ -поляризации на  $s$ . Переход от прямых ПП к обратным связан с изменением типа импеданса (знака его реактивной части). Допированием диэлектрического слоя металлическими или иными наночастицами можно менять характер волны с прямого на обратный при заданной частоте. Один из способов допирования – выполнение воздушных пузырьков. Недостатком Н-поляритонов являются большие потери при больших замедлениях и отсутствие взаимодействия с продольными электронными пучками.

## **Заключение.**

Рассмотрены плоские и трехмерно-конфигурированные метаповерхности, приведены ФГ, на основе которых построены ИУ и ИДУ, а также получены ДУ для волн вдоль поверхностей. Получены условия существования медленных и быстрых ПП, прямых и обратных ПП. Рассмотрены методы введения эффективных поверхностных проводимостей, методы анализа плазмонов, рассчитаны их дисперсии и потери в простейших структурах. Предложены формулы для возбуждения ПП и их дифракции на поверхностных металинзах, а также структуры, поддерживающих обратные ПП.

## Список литературы

1. Давидович М.В. *Известия ВУЗов. Радиофизика*, **49**, 2, 150 (2006).
2. Фальковский Л.А. *ЖЭТФ*, **142**, 3, 560 (2012).
3. Slepyan G.Ya., Maksimenko S.A., Lakhtakia L., Yevtushenko O., Gusakov A.V. *Phys. Rev. B* **60**:24 (1999), 17136 (1999).
4. Gusynin V.P., Sharapov S.G., Carbotte J.P. *J. Phys.: Condens. Matter.*, **19**, 026222 (2007).
5. Давидович М.В., Бушуев Н.А. В трудах межд. конф. *Излучение и рассеяние электромагнитных волн ИРЭМВ-2015* (Таганрог - Дивноморское, изд-во Южного федерального ун-та.), 324 (2015).
6. Сушко М.Я., Криськив С.К. *ЖТФ*, **79**, 3, 97 (2009).
7. Шкловский Б.И., Эфрос А.Л. *УФН*, **117**, 3, 401(1975).
8. Снасский А.А. *УФН*, **177**, 12, 1341 (2007).
9. Емец Ю.П. *ЖЭТФ*, 1998, 114, 3(9), 1121 (1998).
10. Емец Ю.П. Электрические характеристики композиционных материалов с регулярной структурой (Киев, Наукова думка, 1986).