Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра физики открытых систем

Хаотическая синхронизация в динамических системах

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 431 группы

направления 03.03.03 Радиофизика

факультета нелинейных процессов

Давыдова Дениса Алексеевича

Научный руководитель

профессор, д. ф. - м. н. А. А. Короновский

Зав. кафедрой физики открытых систем

профессор, д. ф. - м. н. А. А. Короновский

Саратов 2016

Введение

Хаотическая синхронизация считается важным явлением в современном научном мире, обладающим большим фундаментальным и практическим значением. Её проявление наблюдается не только в физических, но и физиологических, биологических, химических, экономических и других системах [1-4].

На данный момент явление синхронизации уже достаточно детально изучено [4]: в результате развития теории динамического хаоса было выявлено несколько видов синхронного поведения, такие, как фазовая синхронизация, обобщённая синхронизация, полная синхронизация, синхронизация с запаздыванием. У каждого вида синхронизации есть свои особенности и способы диагностики. Одним из типов, представляющим наибольший интерес, является режим обобщённой синхронизации, поскольку, в зависимости от управляющих параметров, существуют такие области на плоскости этих параметров, при которых наблюдается режим обобщённой синхронизации, а режим фазовой синхронизации отсутствует [3]. Обобщённую синхронизацию, как правило, рассматривают для системы двух однонаправленно связанных хаотических осцилляторов, один из которых является ведущим, а другой - ведомым. В зависимости от функционального соотношения (гладкого или фрактального), устанавливающегося между осцилляторами, различают сильную (соответствует гладкой функциональной зависимости) и слабую (соответствует фрактальной функциональной зависимости) режимы хаотической синхронизации [1-3, 5].

В бакалаврской работе рассматривается явление обобщённой синхронизации и проводится диагностика режима обобщённой синхронизации методом вспомогательной системы в системе однонаправленно связанных хаотических осцилляторов Ресслера.

Работа состоит из введения, двух глав, заключения и списка использованной литературы. Структура настоящей бакалаврской работы следующая:

В первой главе вводятся основные определения явления динамического хаоса, а также динамических систем; приводятся их классификация, рассматривается появление динамического хаоса в динамических системах. Явление синхронизации неотъемлемо связано с теорией динамического хаоса: так, различные типы синхронизации могут рассматриваться как проявления закономерностей, возникающих в динамических системах [1]. Здесь же в общих чертах описываются явление хаотической синхронизации, а также типы, на которые подразделяется синхронизация. Особое внимание уделено одному из типов синхронизации - обобщённой синхронизации. Также излагаются несколько методов диагностирования режима обобщённой синхронизации в динамических системах (метод вспомогательной системы, метод ближайших соседей, метод расчёта показателей Ляпунова).

Во второй главе рассматривается один из методов изучения обобщённой хаотической синхронизации — метод вспомогательной системы [6]. Изучается его принцип работы на примере двух однонаправленно связанных отображений. Далее метод применяется для двух однонаправленно связанных систем Ресслера [3]. По полученным в ходе работы результатам можно определить наличие или отсутствие в системах режима обобщённой синхронизации.

В заключении содержатся выводы о проделанной работе.

Бакалаврская работа содержит 22 страницы, приведённый список литературы включает в себя 13 наименований.

Основное содержание работы.

В первом разделе первой главы приводятся основные понятия динамического хаоса и динамических систем, их классификация, типы и способы диагностики. Теорию хаоса в общем смысле можно определить как изучение сложных нелинейных динамических систем. Самой же динамической системой считается такая система, для которой определено понятие состояния, а также задан закон эволюции этого состояния во времени. Одним из главных понятий теории хаоса является динамическая система. О ней можно сказать, как о наборе динамических переменных, которые характеризуют состояние системы, и для которых любое последующее состояние определяется оператором эволюции. Если состояние системы определяется набором N динамических переменных x_j, которым ставятся в соответствие точки в пространстве состояний R^N, то эти точки называются фазовыми точками, а пространство R^N называется фазовым пространством динамической системы [8]. Различают два типа динамических систем: системы с непрерывным (т.н. потоковым) временем и системы с дискретным временем (отображения). Главное их отличие состоит в том, что для потоковых систем время изменяется непрерывно, а для систем с дискретным временем время изменяется через каждую итерацию. Динамические системы также разделяют на консервативные (сохранение энергии в системе) и диссипативные (потеря энергии во времени) динамические системы. Динамические системы делятся на автономные, где нет воздействия внешних сил на систему, и, соответственно, неавтономные, в которых присутствует воздействие внешних сил.

Динамический хаос - явление, характеризующееся нерегулярным, схожим со случайным процессом, изменением состояний динамических систем во времени [7]. Его можно пронаблюдать даже в очень простых динамических системах, таких, как, например, логистическое отображение:

$$x_{n+1} = 1 - \lambda x_n^2, \tag{1}$$

где λ - управляющий параметр. Для данной модели при значении управляющего параметра $\lambda<0.75$ аттрактором является неподвижная точка, которую называют циклом периода 1, однако, при увеличении этого параметра в системе рождается цикл периода 2, который удваивается при дальнейшем увеличении управляющего параметра. В конечном итоге, в логистическом отображении наблюдается хаос. В этой системе реализуется один из сценариев перехода к хаосу - через каскад бифуркаций удвоения периода, или же сценарий Фейгенбаума [7].

Во втором разделе рассмотрены различные типы хаотической синхронизации для двух связанных динамических систем:

1. Полная синхронзация [10-11] проявляется для однонаправленно связанных систем $\mathbf{u}(\mathrm{t})$ и $\mathbf{v}(\mathrm{t})$, если векторы их состояния полностью совпадают. Необходимым условием возникновения полной синхронизации является идентичность значений управляющих параметров систем. Если значения управляющих параметров различны, то временная реализация одной из динамических систем сдвигается на некоторый временной промежуток $\triangle \mathrm{t}$, что характерно для типа синхронизации с запаздыванием. Однако, при достаточно большом значении параметра связи, временной промежуток $\triangle \mathrm{t}$ будет стремиться к нулю, и в системе будет наблюдаться синхронизация, очень близкая к полной.

2. Фазовая синхронизация означает, что в рассматриваемой динамической системе происходит захват фаз хаотических сигналов, однако, амплитуды этих сигналов не связаны между собой [11]. Суть фазовой синхронизации состоит в понятии мгновенной фазы $\phi(\mathrm{t})$ хаотического сигнала [12]. Такая мгновенная фаза может быть введена одним из способов: в виде угла в полярной системе координат, с помощью преобразования Гильберта временной реализации сигнала или через сечение Пуанкаре [11-12]. Режим фазовой синхронизации возникает в случае захвата фаз $\phi_{1,2}(\mathrm{t})$ хаотических сигналов, то

есть их разность по модулю не нарастает со временем:

$$|\triangle\phi(t)| = |\triangle\phi_1(t) - \triangle\phi_2(t)| < const; \tag{2}$$

Захвату фаз соответствует совпадение частот, которые должны быть идентичными для взаимодействующих систем.

3.Обобщённая синхронизация обычно рассматривается для однонаправленно связанных хаотических осцилляторов [1-3, 11, 13]. Такой тип поведения подразумевает наличие некой функциональной зависимости $\overrightarrow{\mathbf{F}}[.]$ между состояниями ведущей $\overrightarrow{x}_d$(t) и ведомой $\overrightarrow{x}_r$(t) систем:

$$\begin{cases} \dot{\overrightarrow{x}}_d = \mathbf{G}(\overrightarrow{x}_d(t)), \\ \dot{\overrightarrow{x}}_r = \mathbf{H}(\overrightarrow{x}_r(t)) + \epsilon\mathbf{A}(\overrightarrow{x}_d(t) - \overrightarrow{x}_r(t)), \end{cases} \tag{3}$$

где $\mathbf{G}$ и $\mathbf{H}$ - операторы эволюции, - матрица связи, ϵ - параметр связи. Функциональная зависимость такая, что после завершения переходного процесса устанавливается функциональное соотношение: $\overrightarrow{x}_r$(t)=$\mathbf{F}[\overrightarrow{x}_d$(t)]. Для определения условия возникновения обобщённой синхронизации в системе используют метод модифицированной системы, суть которого в рассмотрении ведомой системы как некой модифицированной системы. При проведении этого метода можно прийти к выводу, что на режим обобщённой синхронизации при увеличении параметра связи ϵ влияют одновременно увеличение диссипации в системе (5) и рост амплитуды внешнего сигнала [3]. Возникновение режима обобщённой синхронизации возможно лишь при случае, когда диссипации будут подавлять собственную хаотическую динамику в ведомой системе. В итоге имеем, что на устойчивость режима, прежде всего, влияют свойства модифицированной системы.

Также представлены несколько методов диагностирования режима обобщённой синхронизации:

1. Метод вспомогательной системы [1-3, 6, 11] состоит в введении в

рассмотрение вспомогательной системы $\overrightarrow{x}_a(\mathrm{t})$, которая идентична ведомой системе $\overrightarrow{x}_r(\mathrm{t})$ с отличием в задании начальных условий, которые. При отсутствии обобщённой синхронизации векторы состояний обеих систем принадлежат одному хаотическому аттрактору, однако, при этом различны. Но при проявлении обобщённой синхронизации за счёт установления функциональных зависимостей $\overrightarrow{x}_r(\mathrm{t}){=}\mathbf{F}[\overrightarrow{x}_d(\mathrm{t})]$ и $\overrightarrow{x}_a(\mathrm{t}){=}\mathbf{F}[\overrightarrow{x}_d(\mathrm{t})]$, векторы состояния обоих систем станут идентичными $\overrightarrow{x}_r(\mathrm{t}){\equiv}\overrightarrow{x}_a(\mathrm{t})$ после завершения переходного процесса. По сути, можно утверждать, что в динамических системах присутствует обобщённая синхронизация, если имеется эквивалентность состояний между ведомой и вспомогательной систем после переходного процесса.

2. Метод ближайших соседей [13] основан на наличии функционального соотношения между взаимодействующими системами. Данное соотношение означает, что есть соответствие между всеми близкими состояниями в фазовом пространстве первой системы $\mathbf{x}_n$ и состояниями второй системы $\mathbf{u}_n$. И наоборот, все близкие состояния второй системы $\mathbf{u}_n$ в фазовом пространстве соответствуют всем близким состояниям первой системы $\mathbf{x}_n$. Наличие обобщённой синхронизации определяется так называемой количественной характеристикой степени близости состояний систем d. В режиме обобщённой синхронизации значение $d \to 0$, а при отсутствии функционального соотношения между системами $d \approx 1$.

3. Метод расчета показателей Ляпунова [3, 11, 13] также используется для анализа режима обобщённой синхронизации. Проводится расчет условных показателей Ляпунова для ведомой системы. Предположим, что размерности фазовых пространств для ведущей и ведомой систем равны N_d и N_r. Тогда поведение хаотических осциляторов можно охарактеризовать с помощью спектров показателей Ляпунова ведущей системы $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq ... \geq \lambda_{N_d}$ и условных показателей Ляпунова ведомой системы $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq ... \geq \lambda_{N_r}$. О наличии обобщённой синхронизации в динамических системах можно говорить в том случае, если старший условный показатель Ляпунова отрицателен.

<u>Первый раздел второй главы</u> содержит в себе описание принципа ра-

боты метода вспомогательной системы. Он традиционно рассматривается на примере двух логистических отображений. Они описываются следующими уравнениями:

$$x_{n+1} = f(x_n, a_x), \tag{4}$$

$$y_{n+1} = f(y_n, a_y) + \sigma(f(x_n, a_x) - f(y_n, a_y)); \tag{5}$$

Здесь $f(x, a)$=$ax(1-x)$, a_x=3.75, ay=3.79, - это управляющие параметры ведущей и ведомой систем, а σ - параметр связи. Уравнение (4) соответствует ведущей системе, а уравнение (5) - ведомой. Для рассмотрения режима обобщённой синхронизаций в этой системе и используется метод вспомогательной системы: вводится уравнение, идентичное уравнению (5) ведомой системы, но с другими начальными условиями:

$$z_{n+1} = f(z_n, a_y) + \sigma(f(x_n, a_x) - f(z_n, a_y)), \tag{6}$$

Наличие обобщённой синхронизации зависит от параметра связи σ. При значении параметра связи σ=0.1 в системе логистических отображений обобщённая синхронизация отсутствует, и влияние ведущей системы на ведомую минимально (Рис.1; Рис.2). Однако, при значении параметра связи σ=0.15 в системе отчётливо наблюдается наличие слабой обобщённой синхронизации (Рис.3; Рис.4).

Во втором разделе рассматриваются два однонаправленно связанных осциллятора, описываемых системами уравнений Ресслера[3]. С помощью метода вспомогательной системы наблюдается явление обобщённой синхронизации в данных системах. Уравнения выглядят следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{x}_d = -\omega_d y_d - z_d, \\ \dot{y}_d = \omega_d x_d + a y_d, \\ \dot{z}_d = p + z_d(x_d - c), \end{cases} \tag{7}$$

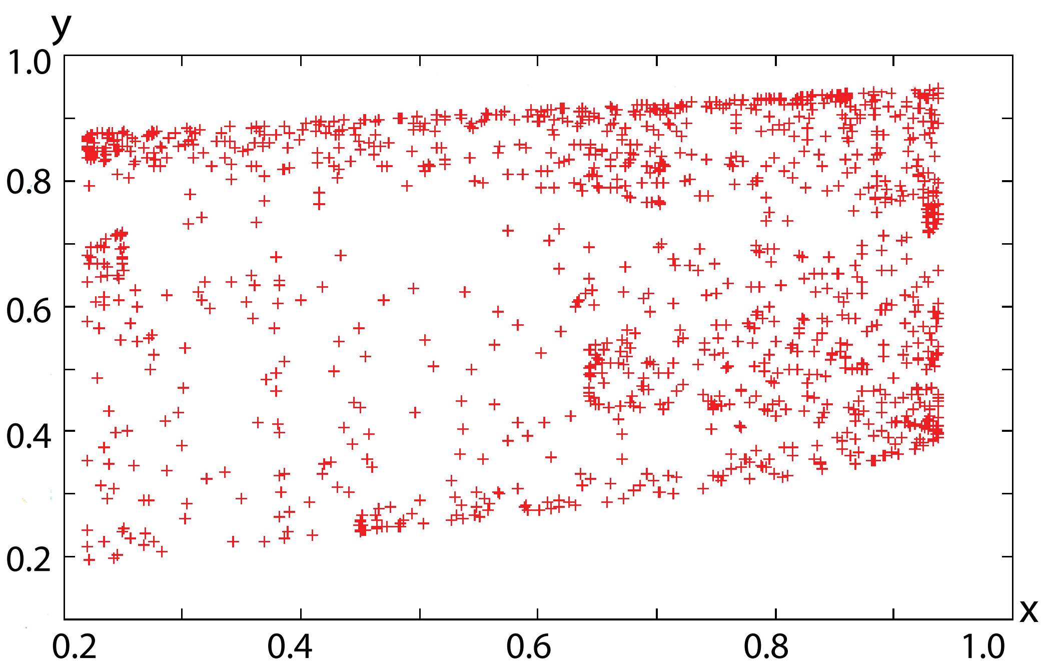

Рис. 1: Зависимость координаты x (4) ведущей системы от координаты y (5) ведомой системы при параметре связи $\sigma = 0.1$;

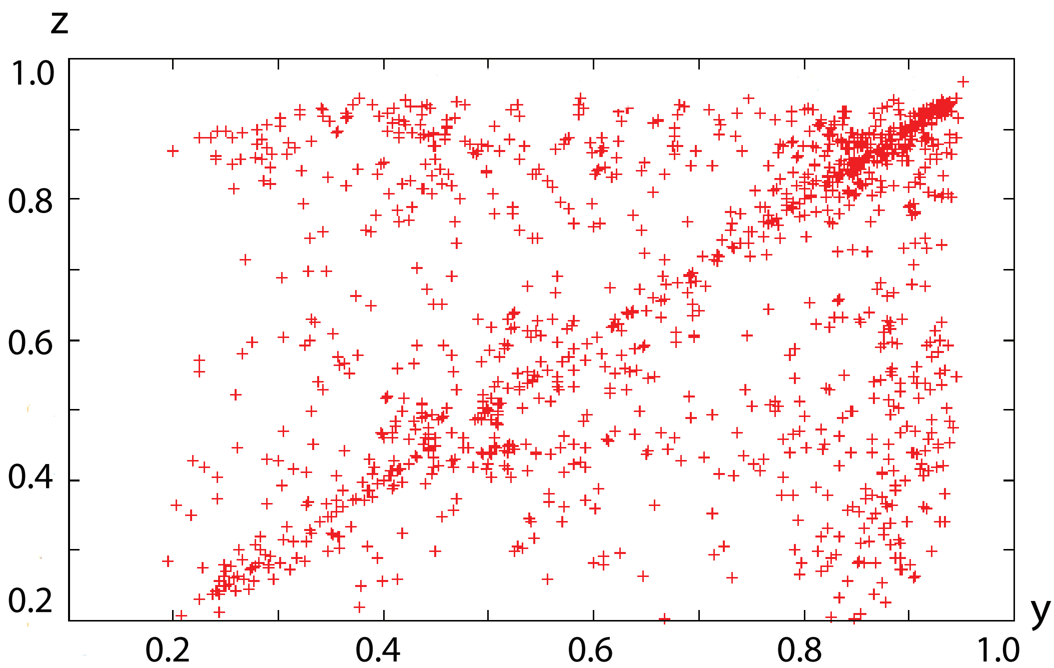

Рис. 2: Зависимость координаты y (5) ведомой системы от координаты z (6) вспомогательной системы при параметре связи $\sigma = 0.1$;

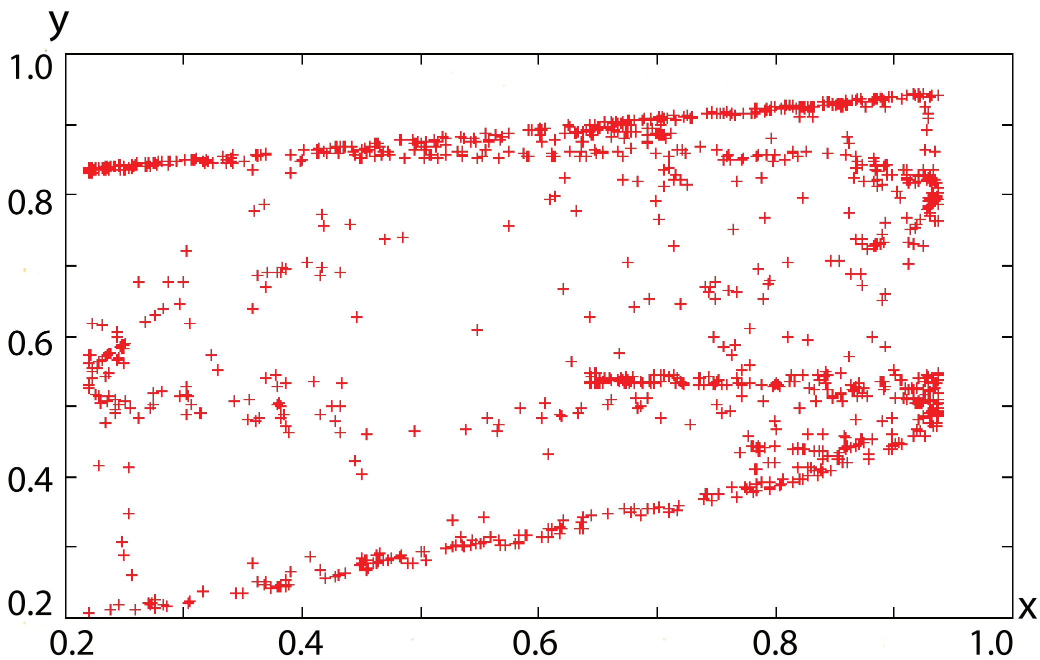

Рис. 3: Зависимость координаты x (4) ведущей системы от координаты y (5) ведомой системы при параметре связи $\sigma = 0.15$;

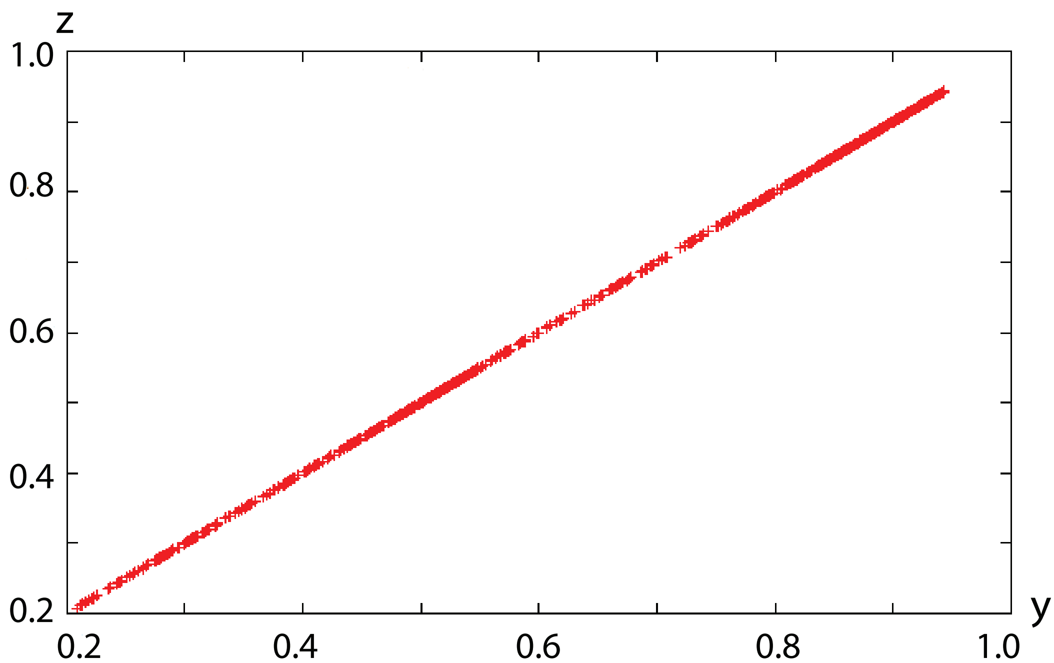

Рис. 4: Зависимость координаты y (5) ведомой системы от координаты z (6) вспомогательной системы при параметре связи $\sigma = 0.15$;

$$\begin{cases} \dot{x}_r = -\omega_r y_r + \epsilon(x_d - x_r), \\ \dot{y}_r = \omega_r x_r + a y_r, \\ \dot{z}_r = p + z_r(x_r - c), \end{cases} \tag{8}$$

где a=0.15, p=0.2, c=10.0, - это управляющие параметры, а ϵ - параметр связи системы. Также управляющий параметр ведомой системы ω_r=0,95 фиксирован и характеризует основную частоту колебаний, а управляющий параметр ведущей системы ω_d меняется в пределах значений от 0,8 до 1,1 для задачи расстройки осцилляторов. Воспользуемся методом вспомогательной системы и введём систему, идентичную ведомой системе (8), но с иными начальными условиями:

$$\begin{cases} \dot{x}_a = -\omega_r y_a + \epsilon(x_a - x_a), \\ \dot{y}_a = \omega_r x_a + a y_a, \\ \dot{z}_a = p + z_a(x_a - c), \end{cases} \tag{9}$$

В зависимости от расстройки управляющего параметра ведущей системы ω_d и изменения параметра связи ϵ можно пронаблюдать поведение систем относительно друг друга и диагностировать появление режима обобщённой синхронизации (Рис.5, Рис.6, Рис.7, Рис.8). Здесь наблюдается то же поведение систем, что и для случая двух однонаправленно связанных осцилляторов. При значении параметра связи ϵ=0,07 можно говорить об отсутствии режима обобщённой синхронизации в системах Ресслера (Рис.5, Рис.6), так как значения координат состояний ведомой x_r и вспомогательной x_a систем различны. Однако при значении ϵ=0,11 координаты состояния ведомой x_r и вспомогательной x_a систем идентичны (Рис. 7, Рис.8), поскольку координаты ведущей и ведомой систем выстроены в линию.

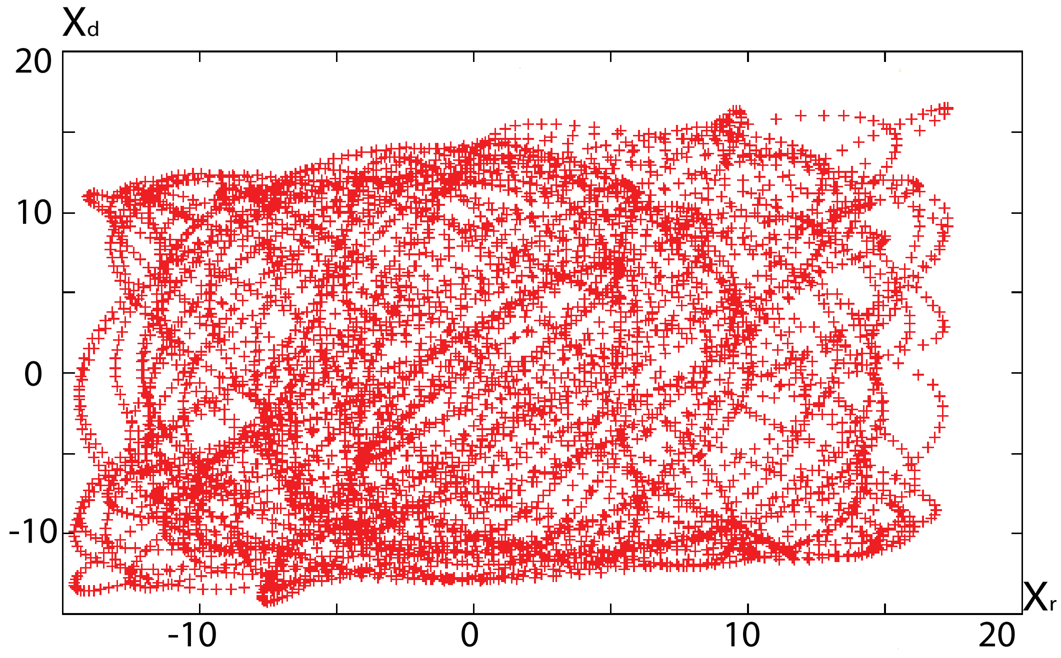

Рис. 5: Зависимость координаты x_d (7) ведущей системы от координаты x_r (8) ведомой системы при параметре связи $\epsilon = 0.07$ и частоте w_d=1.0;

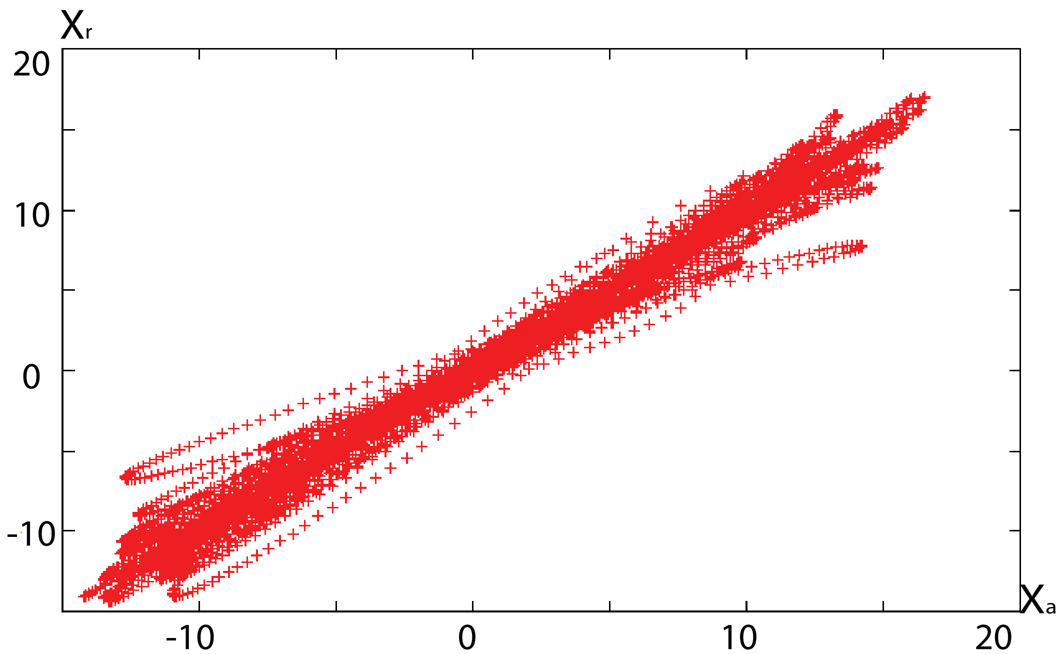

Рис. 6: Зависимость координаты x_r (8) ведомой системы от координаты x_a (9) вспомогательной системы при параметре связи $\epsilon = 0.07$ и частоте w_d=1.0;

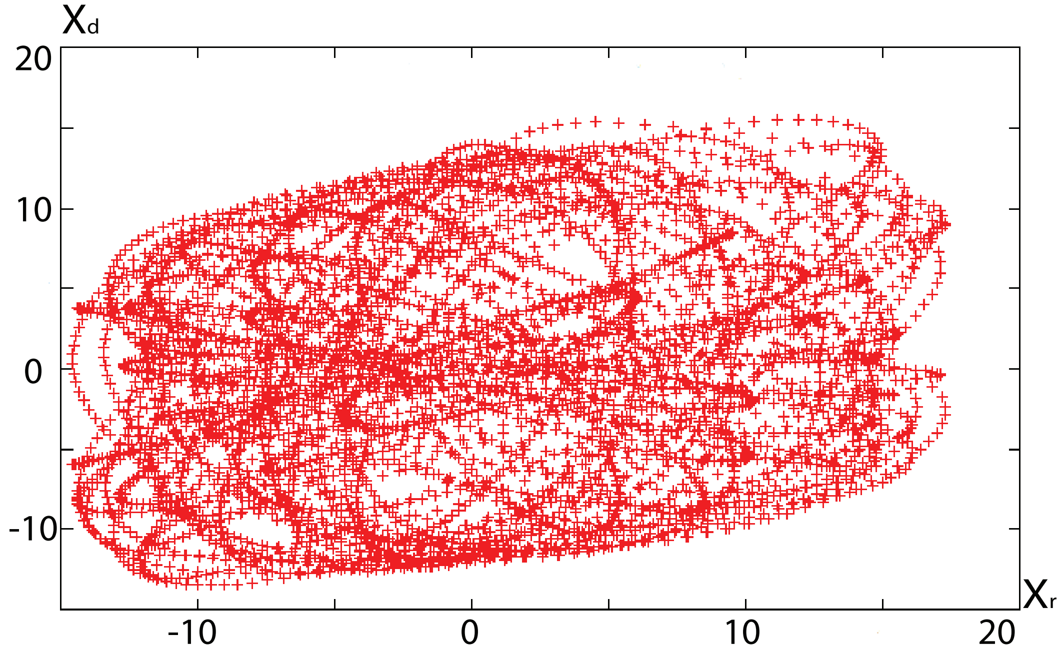

Рис. 7: Зависимость координаты x_d (7) ведущей системы от координаты x_r (8) ведомой системы при параметре связи $\epsilon = 0.11$ и частоте w_d=1.0;

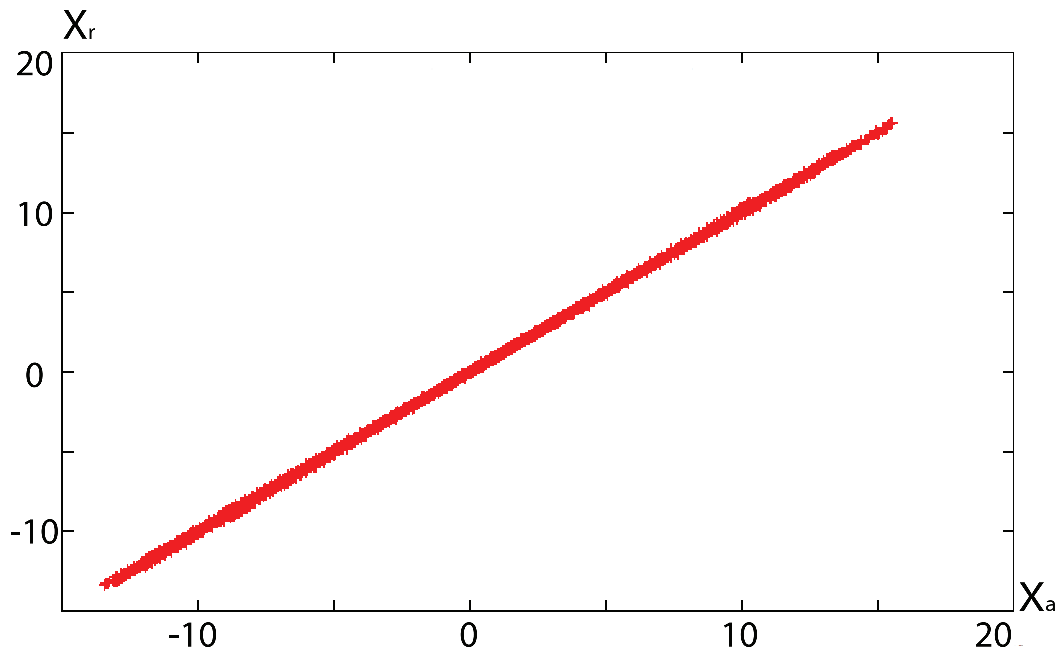

Рис. 8: Зависимость координаты x_r (8) ведомой системы от координаты x_a (9) вспомогательной системы при параметре связи $\epsilon = 0.11$ и частоте w_d=1.0;

Заключение

В ходе бакалаврской работы были рассмотрены современные представления о явлении хаотической синхронизации в динамических системах. Были перечисленны основные типы хаотической синхронизации, такие, как полная синхронизация, фазовая синхронизация, обобщённая синхронизация, а также приведены их особенности и отличия. Были продемонстрированы и методы диагностирования режима обобщённой синхронизации в динамических системах (метод вспомогательной системы, метод ближайших соседей, метод расчёта показателей Ляпунова), рассмотрен принцип работы метода вспомогательной системы, а также критерии, по которым возможно диагностировать наличие режима обобщённой синхронизации в динамической системе. Один из методов, а именно метод вспомогательной системы, был использован для непосредственного изучения режима обобщённой синхронизации для двух однонаправленно связанных осцилляторов, а также для двух связанных систем Ресслера. С помощью вышеуказанного метода диагностировалось наличие или отсутствие в наблюдаемой системе режима обобщённой синхронизации в зависимости от значения параметра связи.

Список литературы

[1] А.А. Короновский, О.И. Москаленко, А.Е. Храмов:"О механизмах, приводящих к установлению режима обобщённой синхронизации", Саратов, 2006;

[2] А.А. Короновский, О.И. Москаленко, А.Е. Храмов, С.А. Шурыгина:"Сильная и слабая обощённая хаотическая синхронизация", Саратов, 2012;

[3] А.А. Короновский, О.И. Москаленко, А.Е. Храмов:"Граница возникновения режима обобщённой синхронизации хаотических осцилляторов", Саратов, 2007;

[4] И.И. Блехман:"Синхронизация динамических систем", изд. "Наука", Москва, 1971;

[5] K. Pyragas:"Weak and strong synchronization of chaos", Phys. Rev. E. 1996. V.54. < 5.P.R4508;

[6] H.D.I. Abarbanel, N.F. Rulkov, M.M. Sushchik:"Generalized synchronization of chaos: The auxiliary system approach", Phys. Rev. E. 1996. V.53. < 5.P.4528;

[7] С.П. Кузнецов:"Динамический хаос";

[8] В. С. Анищенко:"Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах", Саратов, 2011;

[9] К.И. Агуреев:"Применение детерминированного хаоса для передачи информации";

[10] L.M. Pecora, T.L. Carroll:"Unstable periodic orbits and prediction", Phys. Rev. A.-1991.-Vol.44.P.2374;

[11] А.А. Темирбаев:"Синхронизация в системе радиотехнических генераторов с глобальной и нелинейной связью", Алматы, 2012;

[12] А.А. Короновский, М.К. Куровская, О.И. Москаленко, А.Е. Храмов:"Два сценария разрушения режима хаотической фазовой синхронизации", ЖТФ 77 (1), 2007, 21–29;

[13] С.А. Шурыгина, О.И. Москаленко, А.А. Короновский, А.Е. Храмов:"Обобщённая синхронизация во взаимно связанных системах с дискретным временем", Саратов, 2013;